MATERIAL DE APOIO LÓGICA COMPUTACIONAL

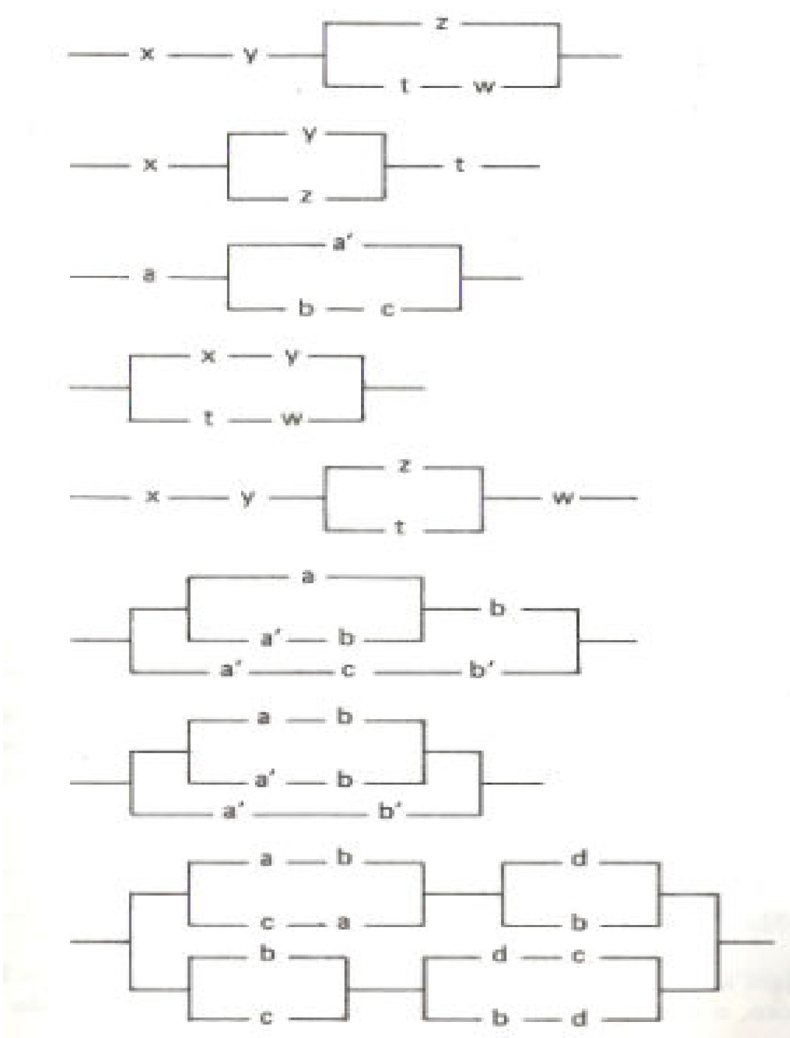
Elaborado por: Pedro Alceu Bigattão Junior

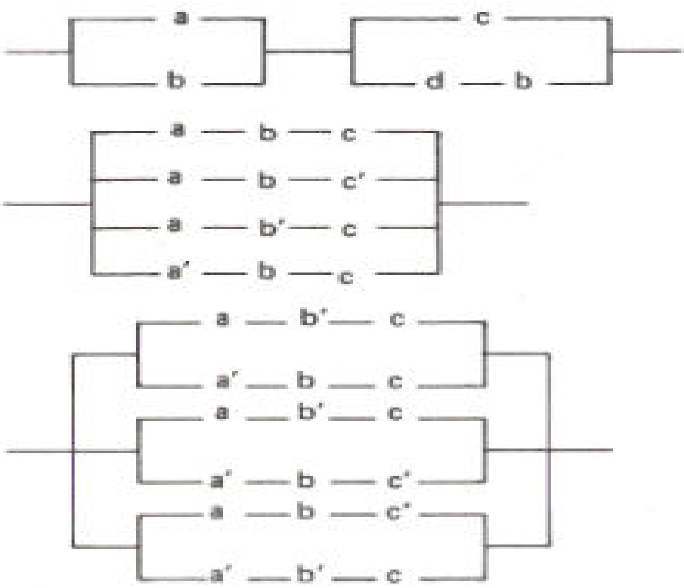
INTERRUPTORES

Chamamos interruptores ao dispositivo ligado a um ponto de um circuito eletrico,que pode assumir um dos dois estados: fechado (1) ou aberto (0). Quando fechado, o interruptor permite que a corrente passe atraves do ponto, enquanto aberto nenhuma corrente pode passar pelo ponto.
Sejam a e b dois interruptores ligados em paralelo ou série.Numa ligação só passará corrente se pelo menos um dos interruptores estiver fechado,isto é,apresentar estado 1. Denotaremos a ligação de dois interruptores a e b em paralelo ou série.

Exercicios:

1) Dar as expressões algebricas dos circuitos





2) Desenhar os circuitos representados abaixo:

a) p. (q + r)
b) m + (p'. q'. r')
c) m + n + p + q
d) (x. y) + (x'. z)
e) (x'. y) + (x. z')
f) (p + q). (p + q' +r')
g) (p + q). (p + q' +r')
h) (a + b. c). (a'. b' + c') + a'. b'. c'

OPERAÇÕES LÓGICAS

CONJUNÇÃO - A conjunção de duas proposições p e q é uma proposição verdadeira quando V(p) = V(q) = 1, e falsa nos demais casos, isto é, só é verdadeira quando ambas as componentes forem verdadeiras. Chamamos p. q e lê-se "p e q".
O valor lógico da conjunção de duas proposições é definido pela tabela verdade:

p	q	p. q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

DISJUNÇÃO – A disjunção de duas proposições p e q é uma proposição falsa quando V(p) = V(q) = 0 e verdadeira nos demais casos, ou seja, quando pelo menos uma das componentes é verdadeira. Chamamos este conectivo disjunção ou soma lógica, denotaremos de p e q por p + q, e se lê "p ou q".
O valor lógico da disjunção de duas proposições é definido pela tabela verdade:

p	q	p + q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

CONDICIONAL – O condicional de duas proposições p e q é uma proposição falsa quando V(p) = V(q) = 0, sendo verdadeiros nos demais casos. Representa-se o condicional de p e q, por p → q e lê-se "se p então q".
O valor lógico da condicional de duas proposições é definido pela tabela verdade:

p	q	p → q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

BICONDICIONAL – O bicondicional de duas proposições p e q é uma proposição verdadeira quando V(p) = V(q) e falsa quando V(p) ≠ V(q). Denotaremos o bicondicional de p e q por p ↔ q e lê-se "p se e somente se q".
O valor lógico da bicondicional de duas proposições é definido pela tabela verdade:

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Exercícios:

1) Sejam as proposições p: João joga futebol e q: João joga tênis, escrevam na linguagem usual as seguintes proporções.

   a) p + q
   b) p . q
   c) p . q'
   d) p'. q'
   e) (p')'
   f) (p'. q')'

2) Dadas as proposições p: Maria é bonita e q: Maria é elegante, escrevam em linguagem simbólica as seguintes proposições:

   a) Maria é bonita e elegante.
   b) Maria é bonita mas não é elegante.
   c) Não é verdade que Maria não é bonita ou elegante.
   d) Maria não é bonita nem elegante.
   e) Maria é bonita ou não é elegante.
   f) É falso que Maria não é bonita ou que não é elegante.

3) Classificar as proposições compostas abaixo, como conjunção, disjunção, condicional, bicondicional ou negação:

   a) (p. q')'
   b) p + (q. r')
   c) p. (q → r)
   d) p. q → r'
   e) (p + q')' + (r + s)
   f) (p + q') ↔ (r. s)
   g) [p → (q. r)]. s
   h) [p → (q. r)]'
   i) [p + (q. r)]' → s'
   j) (p ↔ q) → r'

4) Determine o valor lógico das seguintes proposições:

a) 3 + 2 = 7 e 5 + 5 = 10
b) sen. π = 0 e cos π =0
c) 3 > 2 ou sen. π/2 > tg π/4
d) se |-1| < 0 então sen. π/2 = 1
e) 3 > 1 → 3º = 3
f) π > 4 → 3> √5
g) tg π = 1 se e somente se sen π = 0
h) Não é verdade que 12 é um número ímpar.
i) (1 + 1 = 2 ↔ 4 + 3 = 5)'
j) (sen0 = 0 ou cos0 = 1)'

5) Sabendo que V(p) = 0, determine o valor lógico de cada uma das proposições:

a) p. q'
b) p + q
c) p'. q
d) p'. q
e) p' + q'
f) p. (p' + q)

6) Determine V(p) em cada um dos seguintes casos, sabendo que:

a) V(q) = 0 e V(p. q) = 0
b) V(q) = 0 e V(p + q) = 0
c) V(q) = 0 e V(p → q) = 0
d) V(q) = 0 e V(p → q) = 1
e) V(q) = 1 e V(p ↔ q) = 0
f) V(q) = 0 e V(p ↔ q) = 1

7) Determine V(p) e V(q) em cada um dos seguintes casos, sabendo que:

a) V(p → q) = 1 e V(p . q) = 0
b) V(p → q) = 1 e V(p + q) = 0
c) V(p ↔ q) = 1 e V(p . q) = 1
d) V(p ↔ q) = 0 e V(p' + q) = 1

8) Para quais valores lógicos de "p" e "q" se tem V(p. q) = V(p → q) ?

9) Se V(p) = V(q) = 1 e V(r) = V(s) = 0 determine os valores das seguintes proposições:

a) p' + r
b) [r + (r → s)]
c) [p' + (r. s)']
d) [q ↔ (p'. s)]'
e) (p ↔ q) + (q → p')
f) (p ↔ q). (r' → s)
g) {[q'. (p. s')]'}'

h) $p' + [q. (r \rightarrow s')]$
i) $(p' + r) \rightarrow (q \rightarrow s)$
j) $[p' + (q. s)]' + (r \rightarrow s')$
l) $q'. [(r' + s) \leftrightarrow (p \rightarrow q')]$
m) $[p \rightarrow (q \rightarrow r)]' \rightarrow s$

10) Determine os valores lógicos das proposições abaixo, justificando os casos em que os dados forem insuficientes:

a) $p' \rightarrow (q + r')$, sabendo que $V(r) = 0$
b) $(p \leftrightarrow q) + (q \rightarrow p')$, sabendo que $V(q) = 0$
c) $p. [q' \rightarrow (r. s)]$, sabendo que $V(p) = 0$
d) $p \rightarrow (q. s)$, sabendo que $V(p) = 1$
e) $(p' + r) \rightarrow (q \rightarrow s)$, sabendo que $V(q) = 0$
f) $(p \rightarrow r). s$, sabendo que $V(r) = 1$
g) $p \rightarrow (r + s)$, sabendo que $V(r) = 1$
h) $(p. q) \leftrightarrow r$, sabendo que $V(q) = 1$
i) $[(p \rightarrow q). p] \rightarrow p'$, sabendo que $V(p) = 0$
j) $p \rightarrow (q'. r)$, sabendo que $V(q) = 0$ e $V(r) = 1$

Obs.: Exercícios extraídos do livro “Lógica e Álgebra de Boole” (Jacob Daghlian)

SOLUÇÃO DOS EXERCICIOS ANTERIORES

1) Sejam as proposições p: João joga futebol e r: João joga tênis, escreva na linguagem usual as seguintes proporções.

a) $p + r$ João joga futebol ou tênis.
b) $p . q$ João joga futebol e tênis.
c) $p . q'$ João joga futebol e não joga tênis.
d) $p'. q'$ João não joga futebol nem tênis.
e) $(p')'$ é falso que joão não joga futebol.
f) $(p'. q')'$ é falso que joão não joga futebol nem tênis.

2- Dadas as proposições p: Maria é bonita e q: Maria é elegante, escrevam em linguagem simbólica as seguintes proposições:

a) Maria é bonita e elegante. $p. q$
b) Maria é bonita mas não é elegante. $p. q'$
c) Não é verdade que Maria não é bonita ou elegante. $(p' + q)'$
d) Maria não é bonita nem elegante. $p'. q'$
e) Maria é bonita ou não é elegante. $p + p'. q$
f) É falso que Maria não é bonita ou que não é elegante. $(p' + q')'$

3- Classificar as proposições compostas abaixo, como conjunção, disjunção, condicional, bicondicional ou negação:

a) (p. q')' negação
b) p + (q. r') disjunção
c) p. (q → r) conjunção
d) p. q → r' condicional
e) (p + q')' + (r + s) disjunção
f) (p + q') ↔ (r. s) bicondicional
g) [p → (q. r)] . s conjunção
h) [p → (q. r)]' negação
g) [p + (q. r)]' → s' condicional
j) (p ↔ q) → r' condicional

4- Determine o valor lógico das seguintes proposições:

a) 3 + 2 = 7 e 5 + 5 = 10 0 . 1 = 0
b) sem π = 0 e cos π = 0 1 . 0 = 0
c) 3 > 2 ou sen π/2 > tg π/4 1 + 0 = 1
d) se |-1| < 0 então sem π/2 = 1 0 → 1 = 1
e) 3 > 1 → 3º = 3 1 → 0 = 0
f) π > 4 → 3 > √5 0 → 1 = 1
g) tg π = 1 se e somente se sen π = 0 ↔ 1 = 0
h) Não é verdade que 12 é um número ímpar. (1')' = 1
i) (1 + 1 = 2 ↔ 4 + 3 = 5)' (1 ↔ 0)' = 1
j) (sen 0 = 0 ou cos 0 = 1)' (1 + 1)' = 0

5- Sabendo que V(p) = 0, determine o valor lógico de cada uma das proposições:

a) p. q' 1 . 0' = 1
b) p + q' 1 + 1 = 0
c) p'. q 1' . 0 = 0
d) p'. q' 1' . 0' = 0
e) p' + q' 1' + 0' = 1
f) p. (p' + q) 1 . (1' + 0) = 0

6- Determine V(p) em cada um dos seguintes casos, sabendo que:

a) V(q) = 0 e V(p. q) = 0

Para V(p) = 1: 1 . 0 = 0
Para V(p) = 0: 0 . 0 = 0

V(p) pode ser 0 ou 1.

b) V(q) = 0 e V(p + q) = 0

Para $V(p) = 1$: $1 + 0 = 1$
Para $V(p) = 0$: $0 + 0 = 0$

V(p) só pode ser 0.

c) $V(q) = 0$ e $V(p \rightarrow q) = 0$

Para $V(p) = 1$: $1 \rightarrow 0 = 0$
Para $V(p) = 0$: $0 \rightarrow 0 = 1$

V(p) só pode ser 1.

d) $V(q) = 0$ e $V(p \rightarrow q) = 1$

Para $V(p) = 1$: $1 \rightarrow 0 = 0$
Para $V(p) = 0$: $0 \rightarrow 0 = 1$

V(p) só pode ser 0.

e) $V(q) = 1$ e $V(p \leftrightarrow q) = 0$

Para $V(p) = 1$: $1 \leftrightarrow 1 = 1$
Para $V(p) = 0$: $0 \leftrightarrow 1 = 0$

V(p) só pode ser 0.

f) $V(q) = 0$ e $V(p \leftrightarrow q) = 1$

Para $V(p) = 1$: $1 \leftrightarrow 0 = 0$
Para $V(p) = 0$: $0 \leftrightarrow 0 = 1$

V(p) só pode ser 0.

- Determine V(p) e V(q) em cada um dos seguintes casos, sabendo que:

a) $V(p \rightarrow q) = 1$ e $V(p \,.\, q) = 0$

$0 \rightarrow 0 = 1$ $\quad$ $0 \,.\, 0 = 0$
$0 \rightarrow 1 = 1$ $\quad$ $0 \,.\, 1 = 0$
$\cancel{1 \rightarrow 0 = 0}$ $\quad$ $1 \,.\, 0 = 0$
$1 \rightarrow 1 = 1$ $\quad$ $\cancel{1 \,.\, 1 = 1}$
$V(p) = 0$ e $V(q) = 0$ ou $V(q) = 1$

b) $V(p \rightarrow q) = 1$ e $V(p + q) = 0$

$0 \rightarrow 0 = 1$ $\quad$ $0 + 0 = 0$
$0 \rightarrow 1 = 1$ $\quad$ $\cancel{0 + 1 = 1}$

~~1 → 0 = 0~~ ~~1 + 0 = 1~~
1 → 1 = 1 ~~1 + 1 = 1~~
V(p) = 0 e V(q) = 0

c) V(p ↔ q) = 1 e V(p . q) = 1

0 ↔ 0 = 1 ~~0 . 0 = 0~~
~~0 ↔ 1 = 0~~ ~~0 . 1 = 0~~
~~1 ↔ 0 = 0~~ ~~1 . 0 = 0~~
1 ↔1 = 1 1 . 1 = 1
V(p) = 1 e V(q) = 1

d) V(p ↔ q) = 0 e V(p' + q) = 1

~~0 ↔ 0 = 1~~ ~~0' + 0 = 1~~
0 ↔ 1 = 0 0' + 1 = 1
1 ↔ 0 = 0 1' + 0 = 0
~~1 ↔ 1 = 1~~ 1' + 1 = 1
V(p) = 0 e V(q) = 1

8- Para quais valores lógicos de "p" e "q" se têm V(p. q) = V(p → q)?

p	**q**	**p . q**	**p → q**
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Resposta: Para V(p) = 1 e V(q) = 0 ou V(p) = 1 e V(q) = 1

9- Se V(p) = V(q) = 1 e V(r) = V(s) = 0 determine os valores das seguintes proposições:

a) p' + 0 + 0 = 0
b) [r + (r → s)] 0 + (1 . 0) = 0
c) [p' + (r. s)'] 1' + (0 . 0)' = 1
d) [q ↔ (p'. s)] [1 ↔ (1' . 0)]' = 1
e) (p ↔ q) + (q → p') (1 ↔ 1) + (1 → 1') = 1
f) (p ↔ q). (r' → s) (1 ↔ 1) . (0' → 0) = 0
g) {[q'. (p. s')]'}' {[1' . (1 . 0')]'}' = 0
h) p' + [q. (r → s')] 1' + [1 . (0 → 0')] = 1
i) (p' + r) → (q → s) (1' + 0) → (1 → 0) = 1
j) [p' + (q. s)]' + (r → s') [1' + (1 . 0)]' + (0 → 0') = 1
l) q'. [(r' + s) ↔ (p → q')] 1'. [(0' + 0) ↔ (1 → 1')] = 0
m) [p → (q → r)]' → s [1 → (1 → 0)]' → 0 = 0

10- Determine os valores lógicos das proposições abaixo, justificando os casos em que os dados forem insuficientes:

a) $p' \rightarrow (q + r')$, sabendo que $V(r) = 0$

$V(p' \rightarrow (q + r')) = 1$

b) $(p \leftrightarrow q) + (q \rightarrow p')$, sabendo que $V(q) = 0$

$V((p \leftrightarrow q) + (q \rightarrow p')) = 1$

c) $p \,.\, [q' \rightarrow (r \,.\, s)]$, sabendo que $V(p) = 0$

$V(p \,.\, [q' \rightarrow (r \,.\, s)]) = 0$

d) $p \rightarrow (q \,.\, s)$, sabendo que $V(p) = 1$

$V(p \rightarrow (q \,.\, s))$ = Dados insuficientes, pois depende da resposta do parênteses.

e) $(p' + r) \rightarrow (q \rightarrow s)$, sabendo que $V(q) = 0$

$V((p' + r) \rightarrow (q \rightarrow s)) = 1$

f) $(p \rightarrow r) \,.\, s$, sabendo que $V(r) = 1$

$V((p \rightarrow r) \,.\, s)$ = Dados insuficientes, pois depende da resposta de s.

g) $p \rightarrow (r + s)$, sabendo que $V(r) = 1$

$V(p \rightarrow (r + s)) = 1$

h) $(p \,.\, q) \leftrightarrow r$, sabendo que $V(q) = 1$

$V((p \,.\, q) \leftrightarrow r)$ = Dados insuficientes, pois depende do resultado de p.

i) $[(p \rightarrow q) \,.\, p] \rightarrow p'$, sabendo que $V(p) = 0$

$V([(p \rightarrow q) \,.\, p] \rightarrow p') = 1$

j) $p \rightarrow (q' \,.\, r)$, sabendo que $V(q) = 0$ e $V(r) = 1$

$V(p \rightarrow (q' \,.\, r)) = 1$

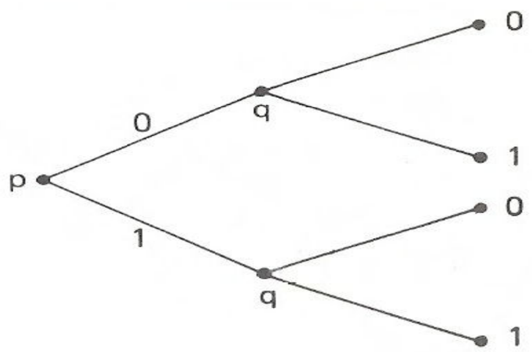
CONSTRUÇÃO DE TABELA VERDADE

Sabemos que toda proposição tem V (p) = 1 ou V (p) = 0.

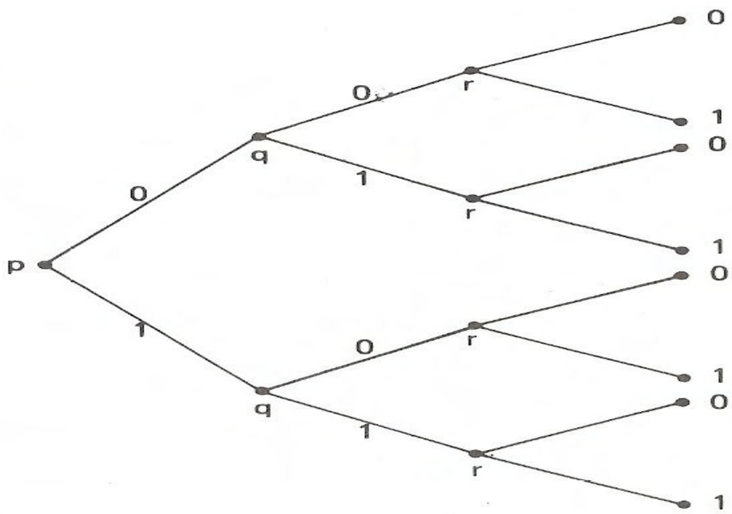
p
0
1

Quando fazemos a composição de qualquer proposição composta, usaremos como auxilio a construção das tabelas verdades ou “diagrama de arvores”.
Para as proposições compostas o número das componentes determina o numero de linhas das tabelas..Exemplo:

a) P(p,q)



P(p,q,r)



Para construirmos uma tabela de uma proposição composta, deveremos proceder da seguinte forma:

1) Determinar o numero de linhas desta tabela;
2) Observar os conectivos que formam as proposições;
3) Aplicar as definições das operações;

Vejamos alguns exemplos:

1) p + q → (r. q')

P(p,q,r) = 11000100 (CONTINGÊNCIA)

p	q	r	p + q → (r. q')
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

2) (p →q). (q → r) → (p → r)

P(p, q, r) = 11111111 (Tautologia)

p	q	r	(p → q). (q →r) → (p → r)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

3- Quando o resultado de P(p,q,r) = 00000000 (contradição ou Negação).

Exercícios

1- Construir as tabelas-verdade das proposições seguintes:

a) $(p.\ q')'$
b) $(p \rightarrow q')'$
c) $p.\ q \rightarrow p + q$
d) $p' \rightarrow (q \rightarrow p)$
e) $(p \rightarrow q) \rightarrow p.\ q$
f) $q \leftrightarrow q'.\ p$
g) $(p \leftrightarrow q') \rightarrow q + p$
h) $(p \leftrightarrow q') \rightarrow p'.\ q$
i) $p'.\ r \rightarrow q + r$
j) $p \rightarrow r \leftrightarrow q + r'$
l) $p \rightarrow (p \rightarrow r') \leftrightarrow q + r$
m) $(p + q \rightarrow r) + (p' \leftrightarrow q + r')$

2 - Determine P(00,01,10,11) em cada um dos seguintes casos:

a) $P(p,q) = (p' \leftrightarrow q)'$
b) $P(p,q) = p' + q \rightarrow p$
c) $P(p,q) = (p.\ q) + (p.\ q)'$
d) $P(p,q) = (p.\ q') + (p'.\ q)$
e) $P(p,q) = ((p + q).\ (p' + q'))'$

3 – Determine P(000,001,010,011,100,101,110,111) em cada um dos seguintes casos:

a) $P(p,q,r) = p.\ r' \rightarrow q'$
b) $P(p,q,r) = p.\ q' \leftrightarrow (p + r')'$
c) $P(p,q,r) = (p \rightarrow q')'.\ (p' + r)$

4 – Determine P(101) em cada um dos seguintes casos:

a) $P(p,q,r) = p' + (q.\ r')$
b) $P(p,q,r) = (p + q').\ (q + r')$
c) $P(p,q,r) = (r.\ (p + q')) + (r' + (p.\ q))'$
d) $P(p,q,r) = (p + (q \rightarrow r')).\ (p' + r \leftrightarrow q')$

5 – Sabendo que V(p) = V(r) = 1 e V(q) = V(s) = 0, determine os valores de cada uma das proposições:

a) $p.\ q \leftrightarrow r.\ s'$
b) $(p' \rightarrow q) \rightarrow (s \rightarrow r)$
c) $p \rightarrow q' \leftrightarrow (p + r).\ s$

d) (p. q). (r. s) → p + s

6 – Sabendo que os valores lógicos das proposições p,q,r e s são, respectivamente, 1,1,0 e 0, determine o valor lógico de cada uma das proposições:

a) p → q ↔ q → p
b) ((p + s). (s + r))
c) (r → p) → (p → r)
d) (p → r) → (p' → r')

7 – Diga quais as proposições que satisfazem as tabelas-verdade abaixo:

a)

p	q	?
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

b)

p	q	?
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

c)

p	q	?
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

8 – Determine as proposições compostas por comunicação que satisfazem a cada uma das tabelas verdade indicadas.

.					
p. q	A	B	C	D	E
0 0	1	1	0	0	1
0 1	1	0	1	0	0
1 0	1	0	1	1	1
1 1	0	0	1	0	1

9 – Determinar as proposições compostas por disjunção que satisfazem a cada uma das tabelas verdade indicadas.

+					
p + q	A	B	C	D	E
0 0	1	1	0	0	1
0 1	1	0	1	0	0
1 0	1	0	1	1	1
1 1	0	0	1	0	1

10 – Determinar as proporções compostas por condicional que satisfazem a cada uma das tabelas verdade indicadas.

→					
p → q	A	B	C	D	E
0 0	1	1	0	0	1
0 1	1	0	1	0	0
1 0	1	0	1	1	1
1 1	0	0	1	0	1

11 – Determinar quais das seguintes proposições são tautologias, contradições ou contingências:

a) $p \rightarrow (p' \rightarrow q)$
b) $p' + q \rightarrow (p \rightarrow q)$
c) $p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow q))$
d) $((p \rightarrow q) \leftrightarrow q) \rightarrow p$
e) $p + q' \rightarrow (p \rightarrow q')$
f) $p' + q' \rightarrow (p \rightarrow q)$

g) $p \rightarrow (p + q) + r$
h) $p.\ q \rightarrow (p \leftrightarrow q + r)$
i) $(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow q)$

Obs.: Exercícios extraídos do livro “Lógica e Álgebra de Boole” (Jacob Daghlian)

SOLUÇÃO DOS EXERCICIOS ANTERIORES

1- Construir as tabelas-verdade das proposições seguintes:

a) (p. q')'

p	q	(p. q')'
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

b) (p → q')'

p	q	(p → q')'
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

c) p. q → p + q

p	q	p. q → p + q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

d) p' → (q → p)

p	q	p' → (q → p)
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

e) (p → q) → p. q

p	q	(p → q) → p. q
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

f) q↔ q'. p

p	q	q ↔ q'. p
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

g) (p ↔ q') → q + p

p	q	(p ↔ q') → q + p
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

h) (p ↔ q') → p'. q

p	q	(p ↔ q') → p'. q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

i) p'. r → q + r

p	q	r	p'. r → q + r
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

j) p → r ↔ q + r'

p	q	r	p → r ↔ q + r'
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

l) p → (p → r') ↔ q + r

p	q	r	p → (p → r') ↔ q + r
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

m) (p + q → r) + (p' ↔ q + r')

p	q	r	(p + q → r) + (p' ↔ q + r')
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

2 - Determine p(00,01,10,11) em cada um dos seguintes casos:

a) (p' ↔ q)'

p	q	(p' ↔ q)'
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

b) p' + q → p

p	q	p' + q → p
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

c) (p. q) + (p. q)'

p	q	(p. q) + (p. q)'
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

d) (p. q') + (p'. q)

p	q	(p. q') + (p'. q)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

e) ((p + q). (p' + q'))'

p	q	((p + q). (p' + q'))'
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

3 – Determine p(000,001,010,011,100,101,110,111) em cada um dos seguintes casos:

a) p. r' → q'

p	q	r	p. r' → q'
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

b) p. q' ↔ (p + r')'

p	q	r	p. q' ↔ (p + r')'
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

c) (p→ q')'. (p' + r)

p	q	r	(p → q')'. (p' + r)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

4 – Determine p(101) em cada um dos seguintes casos:

a) p' + (q. r')

p	q	r	p' + (q. r')
~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~
~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~
~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~1~~
~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~
~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~
1	0	1	0
~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~1~~
~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~

b) (p + q'). (q + r')

p	q	r	(p + q'). (q + r')
~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~
~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~0~~
~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~
~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~
~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~
1	0	1	0
~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~1~~
~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~

c) (r. (p + q')) + (r' + (p. q))'

p	q	r	(r. (p + q')) + (r' + (p. q))'
~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~
~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~
~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~
~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~
~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~
1	0	1	1
~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~
~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~

d) (p + (q → r')). (p' + r ↔ q')

p	q	r	(p + (q → r')). (p' + r ↔ q')
~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~
~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~
~~0~~	~~1~~	~~0~~	~~1~~
~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~
~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~
1	0	1	1
~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~1~~
~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~

5 – Sabendo que $v(p) = v(r) = 1$ e $v(q) = v(s) = 0$, determine os valores de cada uma das proposições:

a) $p. q \leftrightarrow r . s'$ $\quad$ $1. 0 \leftrightarrow 1. 1 = 0$

b) $(p' \rightarrow q) \rightarrow (s \rightarrow r)$ $\quad$ $(0 \rightarrow 0) \rightarrow (0 \rightarrow 1) = 1$

c) $p \rightarrow q' \leftrightarrow (p + r) . s$ $\quad$ $1 \rightarrow 1 \leftrightarrow (1 + 1). 0 = 0$

d) $(p . q) . (r . s) \rightarrow p + s$ $\quad$ $(1. 0). (1. 0) \rightarrow 1 + 0 = 1$

6 – Sabendo que os valores lógicos das proposições p,q,r e s são, respectivamente, 1,1,0 e 0, determine o valor lógico de cada uma das proposições:

a) $p \rightarrow q \leftrightarrow q \rightarrow p$ $\quad$ $1 \rightarrow 1 \leftrightarrow 1 \rightarrow 1 = 1$

b) $((p + s) . (s + r))'$ $\quad$ $((1 + 0). (0 + 0))' = 1$

c) $(r \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow r)$ $\quad$ $(0 \rightarrow 1) \rightarrow (1 \rightarrow 0) = 0$

d) $(p \rightarrow r) \rightarrow (p' \rightarrow r')$ $\quad$ $(1 \rightarrow 0) \rightarrow (0 \rightarrow 1) = 1$

7 – Diga quais as proposições que satisfazem as tabelas-verdade abaixo:

a)

p	q	$q \rightarrow p$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

b)

p	q	e
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

c)

p	q	e
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

8 – Determine as proposições compostas por comunicação que satisfazem a cada uma das tabelas verdade indicadas.

.	(p .q)'	p'. q'	(p'. q')'	(p. q')	(p’.q)’
p. q	a	b	c	d	e
0 0	1	1	0	0	1
0 1	1	0	1	0	0
1 0	1	0	1	1	1
1 1	0	0	1	0	1

9 – determinar as proposições compostas por disjunção que satisfazem a cada uma das tabelas verdade indicadas.

+	p' + q'	(p + q)'	p + q	(p’ + q)’	p + q’
p + q	a	b	c	d	e
0 0	1	1	0	0	1
0 1	1	0	1	0	0
1 0	1	0	1	1	1
1 1	0	0	1	0	1

10 – Determinar as proporções compostas por condicional que satisfazem a cada uma das tabelas verdade indicadas.

→	p → q'	(p' → q)'	p' → q	(p → q)'	q → p
p → q	a	b	c	d	e
0 0	1	1	0	0	1
0 1	1	0	1	0	0
1 0	1	0	1	1	1
1 1	0	0	1	0	1

11 – Determinar quais das seguintes proposições são tautologias, contradições ou contingências:

a) p → (p' → q) tautologia

p	q	p → (p' → q)
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

b) p' + q → (p → q) tautologia

p	q	p' + q → (p → q)
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

c) p → (q → (q → q)) tautologia

p	q	p → (q → (q → q))
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

d) ((p → q) ↔ q) → p contingência

p	q	((p → q) ↔ q) → p
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

e) p + q' → (p → q') contingência

p	q	p + q' → (p → q')
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

f) p' + q' → (p → q) contingência

p	q	p' + q' → (p → q)
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

g) p → (p + q) + r tautologia

p	q	r	p → (p + q) + r
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

h) p. q → (p↔ q + r) contingência

p	q	r	p. q → (p ↔ q + r)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

i) (q → p) → (p → q) contingência

p	Q	(q → p) → (p → q)
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

ARGUMENTO VALIDO "IMPLICAÇÃO"

O estudo de implicação é de grande importância para nós e será feito de uma forma simples.

Definições:

1) Duas proposições são consideradas independentes em sua tabela quando ocorrem as quatros alternativas, exemplo:

p	q
0	0
0	1
1	0
1	1

2) Duas proposições sã o consideradas dependentes em sua tabela quando ocorrem uma ou mais alternativas não ocorrem, exemplo:

p	q	$q \longrightarrow p$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Verificamos que não ocorre a alternativa 10 entre p e p → q.

Poderemos dizer que neste caso existe uma relação entre as proposições,

RELAÇÃO DE IMPLICAÇÃO

Podemos dizer que uma proposição p implica q, quando construirmos a tabela-verdade e não encontramos 10.

Notação : $p \Rightarrow q$

Exemplos:

1- (p + q). p’ ⇒ q Argumento válido

p	q	p'	p + q	(p +q). p'	⇒	q
0	0	1	0	0		0
0	1	1	1	1		1
1	0	0	1	0		0
1	1	0	1	0		1

*

2- (p → q),q,p Argumento falho

P	q	p → q	(p → q). q	⇒	p
0	0	1	0		0
0	1	1	1		0
1	0	0	0		1
1	1	1	1		1

3- t → r Argumento válido
r'
<u>t + s</u>
s

r	s	t	r'	t → r	t + s	(t → r).r'	(t → r). r’. (t + s)	⇒	s
0	0	0	1	1	0	1	0		0
0	0	1	1	0	1	0	0		0
0	1	0	1	1	1	1	1		1
0	1	1	1	0	1	0	0		1
1	0	0	0	1	0	0	0		0
1	0	1	0	1	1	0	0		0
1	1	0	0	1	1	0	0		1
1	1	1	0	1	1	0	0		1

Exercícios

1- Testar a validade dos seguintes argumentos:

a) $p \rightarrow q'$
$p + q'$
$\underline{q \qquad\qquad}$
p

b) $t \rightarrow r'$, $t + s$, s

2- Dados os conjuntos de valores lógicos:

Qual deles torna o seguinte argumento válido?

p	q	Premissa	Premissa	Conclusão
0	0	?	1	1
0	1	?	0	1
1	0	?	1	1
1	1	?	0	0

A	B	C	D
1	0	1	1
0	1	1	0
0	0	1	1
o	1	0	0

3- Dado o argumento:

p	q	Premissa	Premissa	Conclusão			
				(A)	(B)	(C)	(D)
0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1

Qual dos conjuntos de valores lógicos abaixo torna esse argumento válido?

(A)	(B)	(C)	(D)
1	1	1	1
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	1

4- Mediante o uso de tabelas-verdade, teste a validade dos argumentos.

a) $q \rightarrow p'$
$\underline{(p')'}$
q

b) $p \rightarrow q'$
$\underline{p + q}$
$p \leftrightarrow q'$

c) $r' \rightarrow p'$
$\underline{(p' + q)'}$
q'

d) $a \rightarrow (b + c),\ b \rightarrow a',\ a'$

e) $(p + q)',\ q \rightarrow r,\ p + (p \rightarrow q),\ q + r$

f) $p \rightarrow q',\ q \rightarrow r',\ p + r',\ q' + r'$

5-Construir os seguintes argumentos através de tabela verdade:

a) $(c + d)' \rightarrow e$
$\underline{(c + d)'\qquad}$
e

b) $f \rightarrow (b + d)$
$\underline{(b + d)'}$
f'

c) $(p\ .\ q') + (q\ .\ r')$
$\underline{(p\ .\ q')'}$
$q\ .\ r'$

d) $\underline{d\ .\ (a + b')}$
$a + b'$

e) $\begin{array}{l} r' \rightarrow s' \\ (s')' \\ \hline r \end{array}$

f) $\begin{array}{l} (a.\, b)' \\ c \rightarrow a \\ \hline (a.\, b)'.\, (c \rightarrow a) \end{array}$

g) $\begin{array}{l} b \rightarrow c \\ \hline (b \rightarrow c) + d' \end{array}$

h) $\begin{array}{l} a \rightarrow b' \\ b' \rightarrow c \\ \hline a \rightarrow c \end{array}$

i) $\begin{array}{l} (a \,.\, b) + c' \\ (a \,.\, b) + c \\ \hline a \,.\, b \end{array}$

j) $\begin{array}{l} a \rightarrow (b \rightarrow c) \\ a \\ \hline b \rightarrow c \end{array}$

l) $\begin{array}{l} (a \rightarrow c) + (a + e) \\ (d + e) \\ \hline a \rightarrow c \end{array}$

m) $\begin{array}{l} r \rightarrow (p + q)' \\ ((p + q)')' \\ \hline r' \end{array}$

n) $\begin{array}{l} a \,.\, c' \\ \hline c' \end{array}$

Obs.: Exercícios extraídos do livro "Lógica e Álgebra de Boole" (Jacob Daghlian)

Soluções dos exercícios anteriores

1- Testar a validade dos seguintes argumentos:

a) $p \to q'$
$p + q'$
$\underline{q \quad\quad}$
p

p	q	p'	q'	p → q'	p + q'	(p→q'). (p +q'). q	⇒	p
0	0	1	1	1	1	0		0
0	1	1	0	1	1	1		0
1	0	0	1	1	1	0		1
1	1	0	0	0	1	0		1

Argumento não válido

b) $t \to r'$, $t + s$, s

r	s	t	r'	t → r	t + s	(t →r). r’. (t + s)	⇒	s
0	0	0	1	1	0	0		0
0	0	1	1	0	1	0		0
0	1	0	1	1	1	1		1
0	1	1	1	0	1	0		1
1	0	0	0	1	0	0		0
1	0	1	0	1	1	0		0
1	1	0	0	1	1	0		1
1	1	1	0	1	1	0		1

Argumento válido

2- Dados os conjuntos de valores lógicos:

(A)	(B)	(C)	(D)
1	0	1	1
0	1	1	0
0	1	1	1
0	1	0	0

Qual deles torna o seguinte argumento válido?

P	q	Premissa				Premissa	Conclusão
		(A)	(B)	(C)	(D)		
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	0

Todos os argumentos são válidos

3- Dado o argumento:

p	q	Premissa	Premissa	Conclusão			
				(A)	(B)	(C)	(D)
0	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1

Qual dos conjuntos de valores lógicos abaixo torna esse argumento válido?

(A)	(B)	(C)	(D)
1	1	1	1
1	0	1	0
0	1	1	0
0	0	0	1

Apenas a letra (D) serve como conclusão deste exercício.

4- Mediante o uso de tabelas-verdade, teste a validade dos argumentos.

a) $q \rightarrow p'$
$\underline{(p')'}$
q

p	q	p'	(p')'	q → p'	(q → p '). (p')'	⇒	q
0	0	1	0	1	0		0
0	1	1	0	1	0		1
1	0	0	1	1	1		0
1	1	0	1	0	0		1

Argumento falho

b) $p \rightarrow q'$
$\underline{p + q}$
$p \leftrightarrow q'$

p	q	q'	p → q'	p + q	(p → q'). (p + q)	⇒	p ↔ q'
0	0	1	1	0	0		0
0	1	0	1	1	1		1
1	0	1	1	1	1		1
1	1	0	0	1	0		0

Argumento válido

c) $r' \rightarrow p'$
$\underline{(p' + q)'}$
q'

p	q	r	p'	q'	r'	r' → p'	(p' + q)'	(r' → p'). (p'+ q)'	⇒	q'
0	0	0	1	1	1	1	0	0		1
0	0	1	1	1	0	1	0	0		1
0	1	0	1	0	1	1	0	0		0
0	1	1	1	0	0	1	0	0		0
1	0	0	0	1	1	0	1	0		1
1	0	1	0	1	0	1	1	1		1
1	1	0	0	0	1	0	0	0		0
1	1	1	0	0	0	1	0	0		0

Argumento válido

d) a → (b + c), b → a', a'

a	b	c	a'	b + c	a → (b + c)	b → a'	(a → (b + c)). (b → a)	⇒	a'
0	0	0	1	0	1	1	1		1
0	0	1	1	1	1	1	1		1
0	1	0	1	1	1	1	1		1
0	1	1	1	1	1	1	1		1
1	0	0	0	0	0	1	0		0
1	0	1	0	1	1	1	1		0
1	1	0	0	1	1	0	0		0
1	1	1	0	1	1	0	0		0

Argumento falho

e) (p + q)', q → r, p + (p → q), q + r

p	q	r	(p + q)'	q → r	p → q	p + (p → q)	(p + q)’. (q → r). p + (p →q)	⇒	q + r
0	0	0	1	1	1	1	1		0
0	0	1	1	1	1	1	1		1
0	1	0	0	0	1	1	0		1
0	1	1	0	1	1	1	1		1
1	0	0	0	1	0	1	0		0
1	0	1	0	1	0	1	0		1
1	1	0	0	0	1	1	0		1
1	1	1	0	1	1	1	1		1

Argumento falho

f) p → q', q → r', p + r', q' + r'

p	q	r	q'	r'	p → q	q → r'	p + r'	(p → q'). (q → r'). (p + r')	⇒	q' + r'
0	0	0	1	1	1	1	1	1		1
0	0	1	1	0	1	1	0	0		1
0	1	0	0	1	1	1	1	1		1
0	1	1	0	0	1	0	0	0		0
1	0	0	1	1	0	1	1	0		1
1	0	1	1	0	0	1	1	0		1
1	1	0	0	1	1	1	1	1		1
1	1	1	0	0	1	0	1	0		0

Argumento válido

5-Construir os seguintes argumentos através de tabela verdade:

a) (c + d) '→ e
(c + d)’
e

c	d	e	(c + d)'	(c + d)' → e	((c + d)' → e). (c + d)'	⇒	e
0	0	0	1	0	0		0
0	0	1	1	1	1		1
0	1	0	0	1	0		0
0	1	1	0	1	0		1
1	0	0	0	1	0		0
1	0	1	0	1	0		1
1	1	0	0	1	0		0
1	1	1	0	1	0		1

Argumento válido

b) f → (b + d)
(b + d)'
f'

b	d	f	f'	b + d	(b + d)'	f → (b + d)	(f → (b + d)). (b + d)'	⇒	f'
0	0	0	1	0	1	1	1		1
0	0	1	0	0	1	0	0		0
0	1	0	1	1	0	1	0		1
0	1	1	0	1	0	0	0		0
1	0	0	1	1	0	1	0		1
1	0	1	0	1	0	1	0		0
1	1	0	1	1	0	1	0		1
1	1	1	0	1	0	1	0		0

Argumento válido

c) (p . q') + (q . r')
(p . q')'
q . r'

p	q	r	q'	r'	p. q'	q. r'	(p. q')'	(p. q') + (q. r')	((p. q') + (q. r')). (p. q')	⇒	q. r'
0	0	0	1	1	0	0	1	0	0		0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	0		0
0	1	0	0	1	0	1	1	1	1		1
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0		0
1	0	0	1	1	1	0	0	1	0		0
1	0	1	1	0	1	0	0	1	0		0
1	1	0	0	1	0	1	1	1	1		1
1	1	1	0	0	0	0	1	0	0		0

Argumento válido

d) $\dfrac{d\ .\ (a + b')}{a + b'}$

A	b	d	b'	a + b'	d. (a + b')	⇒	a + b'
0	0	0	1	1	0		1
0	0	1	1	1	1		1
0	1	0	0	0	0		0
0	1	1	0	0	0		0
1	0	0	1	1	0		1
1	0	1	1	1	1		1
1	1	0	0	1	0		0
1	1	1	0	1	0		0

Argumento válido

e) r '→ s'
(s')'
r

R	s	r'	s'	(s')'	r' →→ s'	(r' → s'). (s')'	⇒	r
0	0	1	1	0	1	0		0
0	1	1	0	1	0	0		0
1	0	0	1	0	1	0		1
1	1	0	0	1	1	1		1

Argumento válido

f) (a. b)'
c → a
(a. b)'. (c → a)

a	b	c	(a. b)'	c → a	(a. b)'. (c → a)	⇒	(a. b)'. (c → a)
0	0	0	1	1	1		1
0	0	1	1	0	0		0
0	1	0	1	1	1		1
0	1	1	1	0	0		0
1	0	0	1	1	1		1
1	0	1	1	1	1		1
1	1	0	0	1	0		0
1	1	1	0	1	0		0

Argumento válido

g) $\underline{b \rightarrow c\qquad}$
$(b \rightarrow c) + d'$

b	c	d	d'	b → c	⇒	(b → c) + d'
0	0	0	1	1		1
0	0	1	0	1		1
0	1	0	1	1		1
0	1	1	0	1		1
1	0	0	1	0		1
1	0	1	0	0		0
1	1	0	1	1		1
1	1	1	0	1		1

Argumento válido

h) $a \rightarrow b'$
$\underline{b' \rightarrow c}$
$a \rightarrow c$

a	b	c	b'	a → b'	b' → c	(a →b') . (b' → c)	⇒	a → c
0	0	0	1	1	0	0		1
0	0	1	1	1	1	1		1
0	1	0	0	1	1	1		1
0	1	1	0	1	1	1		1
1	0	0	1	1	0	0		0
1	0	1	1	1	1	1		1
1	1	0	0	0	1	0		0
1	1	1	0	0	1	0		1

Argumento válido

i) (a . b) + c'
(a . b) + c
a . b

a	b	d	c'	a . b	(a. b) + c	(a. b) + c'	((a. b) + c). ((a. b) + c')	⇒	a . b
0	0	0	1	0	0	1	0		0
0	0	1	0	0	1	0	0		0
0	1	0	1	0	0	1	0		0
0	1	1	0	0	1	0	0		0
1	0	0	1	0	0	1	0		0
1	0	1	0	0	1	0	0		0
1	1	0	1	1	1	1	1		1
1	1	1	0	1	1	1	1		1

Argumento válido

j) a → (b → c)
a
b → c

a	b	c	b → c	a → (b → c)	(a → (b → c)). a	=>	b → c
0	0	0	1	1	0		1
0	0	1	1	1	0		1
0	1	0	0	1	0		0
0	1	1	1	1	0		1
1	0	0	1	1	1		1
1	0	1	1	1	1		1
1	1	0	0	0	0		0
1	1	1	1	1	1		1

Argumento válido

l) (a → c) + (a + e)
(d + e)
a → c

a	c	d	e	a → c	d + e	(a → c) + (d + e)	(d + e)'	((a → c) + (d + e)). (d + e)'	=>	a → c
0	0	0	0	1	0	1	1	1		1
0	0	0	1	1	1	1	0	0		1
0	0	1	0	1	1	1	0	0		1
0	0	1	1	1	1	1	0	0		1
0	1	0	0	1	0	1	1	1		1
0	1	0	1	1	1	1	0	0		1
0	1	1	0	1	1	1	0	0		1
0	1	1	1	1	1	1	0	0		1
1	0	0	0	0	0	0	1	0		0
1	0	0	1	0	1	1	0	0		0
1	0	1	0	0	1	1	0	0		0
1	0	1	1	0	1	1	0	0		0
1	1	0	0	1	0	1	1	1		1
1	1	0	1	1	1	1	0	0		1
1	1	1	0	1	1	1	0	0		1
1	1	1	1	1	1	1	0	0		1

Argumento válido

m) r → (p + q)'
((p + q)')'
r'

p	q	r	p + q	(p + q)'	r → (p + q)'	=>	r'
0	0	0	0	1	1		1
0	0	1	0	1	1		0
0	1	0	1	0	1		1
0	1	1	1	0	0		0
1	0	0	1	0	1		1
1	0	1	1	0	0		0
1	1	0	1	0	1		1
1	1	1	1	0	0		0

Argumento falho

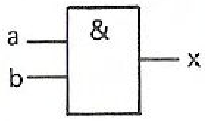
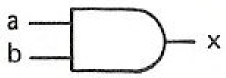
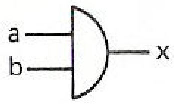
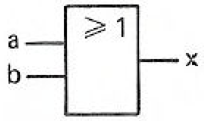
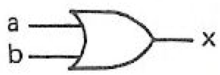
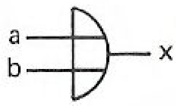
n) $\underline{a\ .\ c'}$
c'

a	c	c'	a . c'	=>	c'
0	0	1	0		1
0	1	0	0		0
1	0	1	1		1
1	1	0	0		0

Argumento válido

PORTAS LÓGICAS

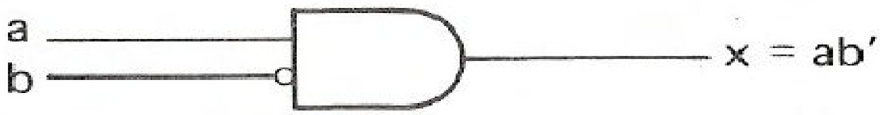
As portas lógicas são as bases dos circuitos lógicos e têm por finalidade combinar as diferentes grandezas booleanas de modo a realizar determinada função. Cada porta lógica pode ter diferentes linhas de entrada, porem, somente uma linha da saída

<table>
<tr>
<td>E
(AND)</td>
<td>a b x
0 0 0
0 1 0
1 0 0
1 1 1</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>$x = a \cdot b$</td>
</tr>
<tr>
<td>OU
(OR)</td>
<td>a b x
0 0 0
0 1 1
1 0 1
1 1 1</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td>$x = a + b$</td>
</tr>
</table>

Exemplos:

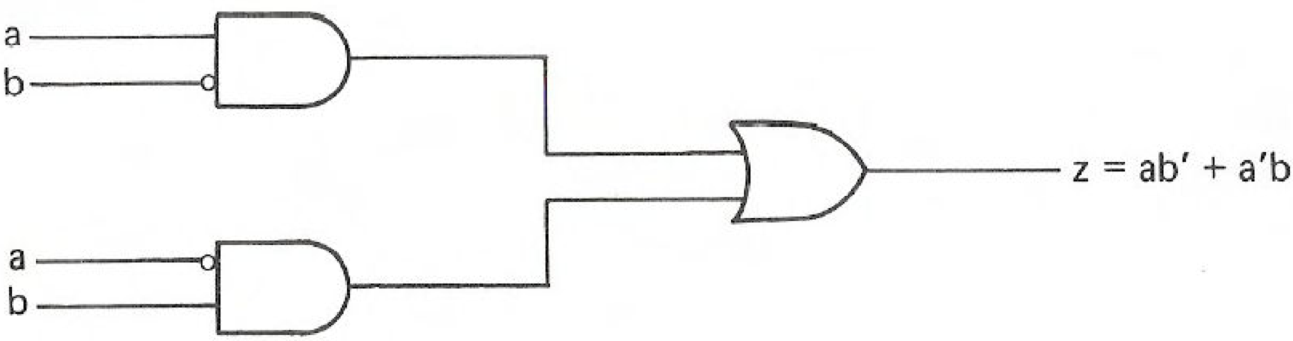
1) Representar mediante porta lógica a função y = x – ab’

Solução:

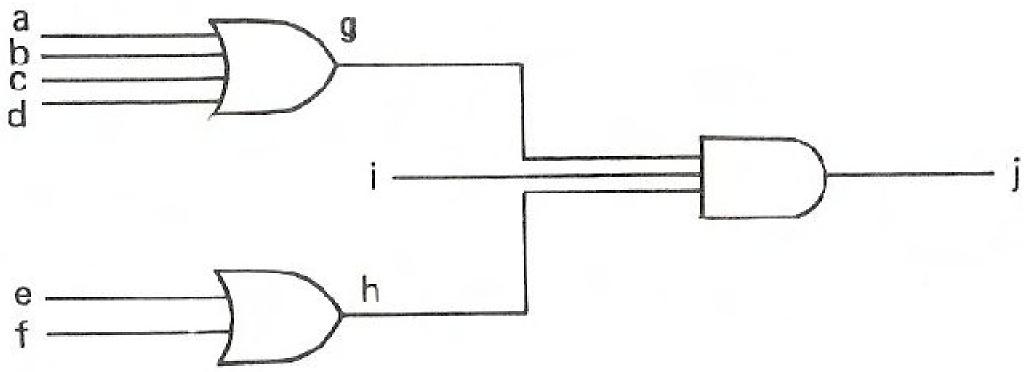


2) Dar o circuito lógico da função z = ab’ + a´b

Solução:



3) Dar a função do circuito lógico.



Solução: j = (a + b + c + d). (h. i) = g. (h. i)

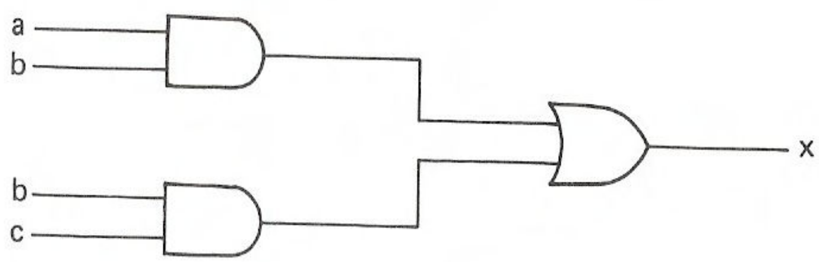
Exercícios:

1. Representar mediante portas lógicas as funções:

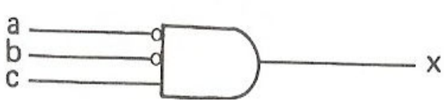
a) $\ell = m \cdot n + p$
b) $z = (a \cdot b) + (c \cdot d)$
c) $x = (a + b) \cdot (c + d)$
d) $y = a'bc + ab'c'$
e) $x = a + b + c$
f) $y = a' + b$

2. Determinar as funções correspondentes aos circuitos lógicos:

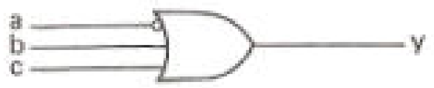
a)



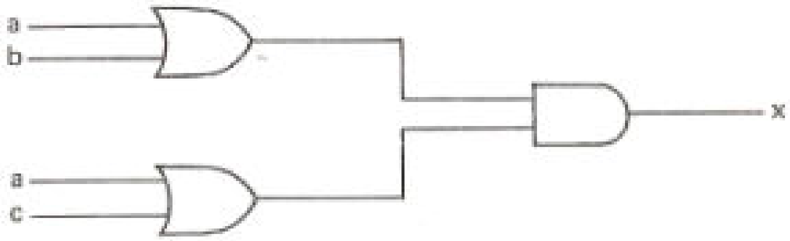
b)



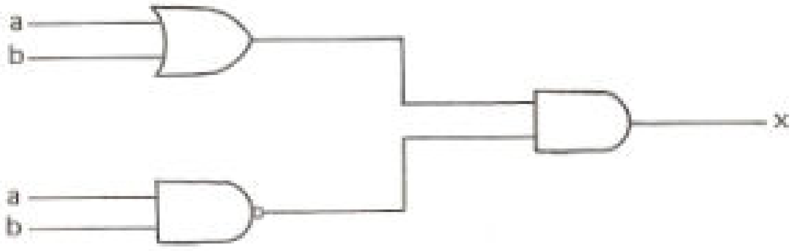
c)

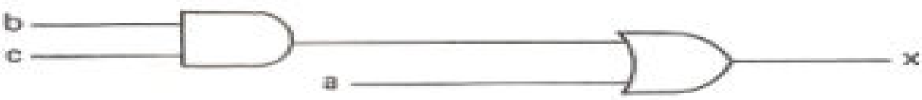


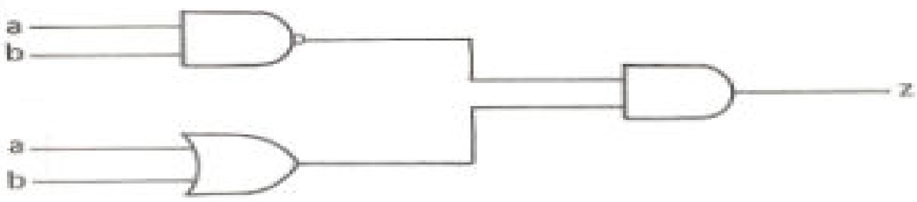
d)

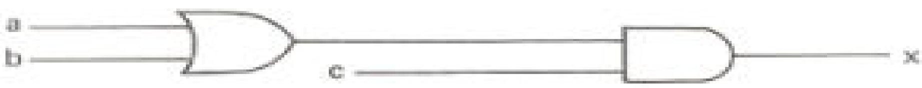


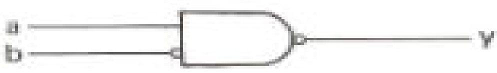
e)











Produtos Notáveis

Vamos relembrar aqui, identidades especiais, conhecidas particularmente como Produtos Notáveis.

1 – Quadrado da soma e da diferença:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2 – Diferença de quadrados.

$$(a + b) . (a - b) = a^2 - b^2$$

3 – Cubo de uma soma e de uma diferença **$(a + b)^3 = a^3 + 3.\ a^2.\ b + 3.a.b^2 + b^3$**

$$(a + b)^3 = a^3 + 3.\ a^2.\ b + 3.a.b^2 + b^3$$

EXERCÍCIOS

1- Calcule:

a) $(3 + x)^2 =$
b) $(x + 5)^2 =$
c) $(x + y)^2=$
d) $(x + 2)^2=$
e) $(3x + 2)^2 =$
f) $(2x + 1)^2 =$
g) $(5 + 3a)^2 =$
h) $(2a + x)^2 =$

2- Calcule:

a) $(r + 4s)^2 =$
b) $(y^5 – 3)^2 =$
c) $(3y + 3a)^2 =$
d) $(-5 + n)^2 =$
e) $(-3x + 5)^2 =$
f) $(a+ab)^2=$
g) $(2x + xy)^2 =$
h) $(x + 0,5)^2 =$

3- Calcule:

a) $(a^2 + 1)^2 =$
b) $(y^5 + 3)^2 =$
c) $(y^5 + 1)^2 =$
d) $(4x^2 + 7)^2 =$
e) $(2x^3 + 3y^2)^2 =$
f) $(a^2 + b^2)^2 =$
g) $(x + 2y^3)^2 =$
h) $(mn^2 + 4)^2 =$
i) $(xy + 2^3)^2 =$
j) $(x^2y + xy^2)^2 =$

4- Calcule:

a) $(x - 1/2)^2 =$
b) $(x - 2/3)^2 =$
c) $(y^2 - 1/4)^2 =$
d) $(x/2 - y/2)^2 =$

5 – Calcule

a) $(x + 1/2)^2 =$
b) $(a + 2/3)^2 =$
c) $(a^2 + 1/4)^2 =$
d) $(2x + 1/2)^2 =$
e) $(m/2 + 3)^2=$
f) $(x/2 + y/2)^2 =$

6- Calcule:

a) $(5 - x)^2 =$
b) $(y - 3)^2 =$
c) $(x - y)^2 =$
d) $(x - 7)^2 =$
e) $(2x - 5)^2 =$
f) $(6y - 4)^2 =$
g) $(3x - 2y)^2 =$
h) $(2a - b)^2 =$

7- Calcule:

a) $(5a^2 - 1)^2 =$
b) $(x^2 - 1)^2 =$
c) $(9x^2 - 1)^2 =$
d) $(x^3 - 2)^2 =$
e) $(2n^5 - 3)^2 =$
f) $(x - 5y^3)^2 =$
g) $(a^2 - b^2)^2=$
h) $(1 - mx)^2 =$
i) $(2 – x^5)^2=$
j) $(-3x - 5)^2=$
l) $(x - 1/2)^2=$
m) $(a^3 - m^3)^2 =$
n) $(-a - c)^2=$
o) $(2n^4 - 1)^2=$

8- Calcule o produto da soma pela diferença de dois termos:

a) $(x + y)(x - y)=$
b) $(y - 7)(y + 7) =$
c) $(x + 3)(x - 3) =$
d) $(2x + 5)(2x - 5) =$
e) $(3x - 2)(3x + 2) =$
f) $(5x + 4)(5x - 4) =$
g) $(3x + y)(3x - y) =$

h) $(1 - 5x)(1 + 5x) =$
i) $(2x + 3y)(2x - 3y) =$
j) $(7 - 6x)(7 + 6x) =$

9- Calcule o produto da soma pela diferença de dois termos:

a) $(1 + 7x^2)(1 - 7x^2) =$
b) $(3x^2 - 4)(3x^2 + 4) =$
c) $(a^3 - 1)(a^3 + 1)=$
d) $(a + xy)(a - xy)=$
e) $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)=$
f) $(3x^2 - y^2)(3x^2 + y^2) =$
g) $(0,5 + x)(0,5 - x) =$
h) $(t^3 + 3)(t^3 - 3) =$
i) $(2x^3 + 2a)(2x^3 - 2a) =$
j) $(-3a + 4n^2)(-3^a - 4n^2) =$
l) $(a^2c + d^2)(a^2c - d^2) =$
m) $(mn - 7)(mn + 7)=$

10) Calcule
a) $(x + 1/2)(x - 1/2) =$
b) $(x - 2/3)(x+ 2/3) =$
c) $(y + 6/7)(y - 6/7) =$
d) $(1 + x/3)(1 - x/3) =$
e) $(x/5 - 1)(x/5 + 1) =$

11- Calcule o produto da soma pela diferença de dois termos:

a) $(x/4 + 2/3)(x/4 - 2/3) =$
b) $(3 + 2x/7)(3 - 2x/7) =$
c) $(3x/4 - a/5)(3x/4 + a/5) =$

12- Desenvolva:

a) $(x + y)^3 =$
b) $(x - y)^3 =$
c) $(m + 3)^3 =$
d) $(a - 1)^3 =$
e) $(5 - x)^3 =$
f) $(-a - b)^3 =$

13- Desenvolva:

a) $(x + 2y)^3 =$
b) $(2x - y)^3 =$
c) $(1 + 2y)^3 =$
d) $(x - 2a)^3 =$

e) $(1 - pq)^3 =$
f) $(3x^2 - 1)^3 =$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES:

1- Efetue:

a) $(5a + 7)^2=$
b) $(2n - 1)^2 =$
c) $(7x -a)^2 =$
d) $(4x + 9)^2 =$
e) $(3x + 2y)^2 =$
f) $(3a^2 + 1)^2 =$
g) $(2x^3 - 5)^2 =$
h) $(8x - 7a)^2 =$
i) $(6 - a^3)^2 =$
j) $(3a^2 + 1)^2 =$
l) $(10p + 3q)^2 =$
m) $(1 + pq)^2 =$

2- Efetue:

a) $(1 + x)(1 - x) =$
b) $(a - 3m)(a + 3m) =$
c) $(r + 3s)(r - 3s) =$
d) $(a^2 -8)(a^2 + 8)=$
e) $(2x^3 - 1)(2x^3 + 1) =$
f) $(m^3 - 8)(m^3 + 8) =$
g) $(3xy + z)(3xy - z) =$
h) $(a^2b^2 - 1)(a^2b^2 + 1) =$

3 - Desenvolva:

a) $(x - 1)^3 =$
b) $(x + 2)^3 =$
c) $(2x - 1)^3 =$
d) $(2x + 5)^3 =$
e) $(3x - 2)^3 =$
f) $(x^2 - 3m)^3 =$

4 - Desenvolva e reduza:
a) $(x - 5)^2 - 10x =$
b) $(5x - 2)^2 + 3x -1 =$
c) $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 =$
d) $(x + 3)^2 + (x - 3)^2 =$
e) $(7x + 5)^2 - (7x - 5)^2 =$

f) $(3x - 1)(3x + 1) - 1 =$

RESOLVER OS TESTES:

1- Sejam as afirmações:

i) $(a - b)^2 = a^2 - b^2$
ii) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
iii) $(a + b)^2 - 2b^2 = a^2 - b^2$
Quantas são verdadeiras?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

2- A expressão $(-x - y)^2$ é igual a:

a) $x^2 + 2xy + y^2$
b) $-x^2 - 2xy - y^2$
c) $x^2 + y^2$
d) $x^2 - y^2$

3- A expressão $(2x^3-3x^2)(2x^3+3x^2)$ é igual a:

a) $4x^9 - 9x^4$
b) $4x^6 - 9x^4$
c) $4x^9 + 9x^4$
d) $4x^6 + 9x^4$

4- O desenvolvimento de $(2a-3b)^2$ é:

a) $2a^2-3b^2$
b) $4a^2+9b^2$
c) $4a^2-12ab+9b^2$
d) $2a^2-12ab+3b^2$

5- A expressão $(xy + xz)^2$ é igual a:

a) $x^2y^2 + 2x^2yz + y^2z^2$
b) $x^2y^2 + 2x^2yz + x^2z^2$
c) $x^2y^2 + 2x^2yz + xz^2$
d) $x^2y^2 + 2x^4 + y^2z^2 + x^2z^2$

6- A expressão $x^2- (x - 7)^2$ é igual a:

a) $14x - 49$

b) $49 - 14x$
c) $2x^2 + 14x - 49$
d) $2x^2 - 14x + 49$

7- A expressão $(x + y)^2-(x^2 + y^2)$ é igual a:

a) 0
b) $2xy$
c) $2x^2 + 2y^2$
d) $2xy - 2x^2 - 2y^2$

8- A expressão $(x - y)^2 - (x + y)^2$ é equivalente a:

a) 0
b) $2y^2$
c) $-2y^2$
d) $-4xy$

9- A expressão $(2^a + b)^2 - (a - b)^2$ é igual a:

a) $3a^2 + 2b^2$
b) $3a^2 + 6ab$
c) $4a^2b + 2ab$
d) $4a^2 + 4ab + b^2$

10- A expressão $(a^2 - 1)^2 - (a^2 -1)(a^2 + 1)$ é igual a:

a) $2a^4 + 1$
b) $3a^2 + 1$
c) $-a^2 + 1$
d) $-a^2 + 2$

11- A expressão $(x^3 + 1/2)(x^2 - 1/2)$ é igual a:

a) $x^9 + 1/2$
b) $x^9 -1/4$
c) $x^6 + 1/4$
d) $x^6 -1/4$

12. Desenvolva:

a) $(2x + 1/2)^3 =$
b) $(x/3 + 1)^3 =$
c) $(x - 1/4)^3 =$
d) $(3a/2 - 2b/3)^3 =$
e) $(x^2/4 + x/2 +1)^2 =$
f) $(2x^2 + x + 1/2)^2 =$
g) $(4a^2 - a/2 + 1/8)^2 =$

13. Quanto devemos adicionar a $(m + 1)^3$ para obter $(m+2)^3$:
14. Calcule $(2x/3 - 1)^3 + 3(2x/3 - 1)^2 + 3(2x/3 - 1) + 1$
15. Dado $a = x^2 - x + 1/4$, calcule o polinômio $a^2 - a + 1/4$.
16. Quanto devemos adicionar a $x^3 + 1000$ para obter $(x + 10)^3$?
17. Simplifique: $(((n + 1)/2 - 1)^2 - ((n - 1/2) + 1)^2)/2 =$
18. Subtraia $(x^2 + 3x + 1)^2$ de $x (x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1$.
19. Quanto devemos adicionar $ax^4 +x^2+1$ para obter $(x^2 + x + 1)^2$:

SOLUÇÃO DOS EXERCICIOS

1- Calcule:

a) $(3 + x)^2 = 9 + 6x + x^2$

b) $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

c) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

d) $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

e) $(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$

f) $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

g) $(5 + 3a)^2 = 25 + 30a + 9a^2$

h) $(2a + x)^2 = 4a^2 + 4ax + x^2$

2- Calcule:

a) $(r + 4s)^2 = r^2 + 8rs + 16s^2$

b) $(y^5 – 3)^2 = y^{10} – 6y^5 + 9$

c) $(3y + 3a)^2 = 9y^2 + 18ya + 9a^2$

d) $(-5 + n)^2 = 25 – 10n + n^2$

e) $(-3x + 5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$

f) $(a + ab)^2 = a^2 + 2a^2b + a^2b^2$

g) $(2x + xy)^2 = 4x^2 + 4x^2y + x^2y^2$

h) $(x + 0,5)^2 = x^2 + x + 0,25$

3- Calcule:

a) $(a^2 + 1)^2 = a^2 + 2a^2 + 1$

b) $(y^5 + 3)^2 = y^{10} + 6y^5 + 9$

c) $(y^5 + 1)^2 = y^{10} + 2y^5 + 1$

d) $(4x^2 + 7)^2 = 16x^4 + 56x^2 + 49$

e) $(2x^3 + 3y^2)^2 = 4x^6 + 12x^3y^2 + 9y^4$

f) $(a^2 + b^2)^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

g) $(x + 2y^3)^2 = x^2 + 4xy^3 + 4y^6$

h) $(mn^2 + 4)^2 = m^2n^4 + 8mn^2 + 16$

i) $(xy + 2^3)^2 = x^2y^2 + 16xy + 64$

j) $(x^2y + xy^2)^2 = x^4y^2 + 2x^3y^3 + x^2y^4$

4- Calcule:

a) $(x + 1/2)^2 = x^2 + x + 1/4$

b) $(a + 2/3)^2 = a^2 + 4a/3 + 4/9$

c) $(a^2 + 1/4)^2 = a^4 + a^2/2 + 1/16$

d) $(2x + 1/2)^2 = 4x^2 + 2x + 1/4$

e) $(m/2 + 3)^2 = m^2/4 + 3m + 9$

f) $(x/2 + y/2)^2 = x^2/4 + xy/2 + y^2/4$

5- Calcule:

a) $(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2$

b) $(y - 3)^2 = y^2 - 6y + 9$

c) $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

d) $(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$

e) $(2x - 5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$

f) $(6y - 4)^2 = 36y^2 - 48y + 16$

g) $(3x - 2y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2$

i) $(2a - b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$

6- Calcule:

a) $(5a^2 - 1)^2 = 25a^4 - 10a^2 + 1$

b) $(x^2 - 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$

c) $(9x^2 - 1)^2 = 81x^4 - 18 x^2 + 1$

d) $(x^3 - 2)^2 = x^6 - 4x^3 + 4$

e) $(2n^5 - 3)^2 = 4n^{10} -12n^5 + 9$

f) $(x - 5y^3)^2 = x^2 - 10xy^3 + 25y^6$

g) $(a^2 - b^2)^2 = a - 2a^2b^2 + b^4$

h) $(1 - mx)^2 = 1 - 2mx + m^2x^2$

i) $(2 – x^5)^2 = 4 – 4x^5 + x^{10}$

j) $(-3x - 5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$

l) $(x - 1/2)^2 = x^2 -x + 1/4$

m) $(a^3 - m^3)^2= a^6 - 2a^3m^3 + m^6$

n) $(-a - c)^2 = a^2 + 2ac+ c^2$

o) $(2n^4 - 1)^2 = 4n^8 – 4n^4 +1$

7- Calcule:

a) $(x - 1/2)^2 = x^2 - x + 1/4$

b) $(x - 2/3)^2 = x^2 -4x/3 + 4/9$

c) $(y^2 - 1/4)^2 = y^4 - y^2/2 + 1/16$

d) $(x/2 - y/2)^2 = x^2/4 - xy/2 + y^2/4$

8- Calcule o produto da soma pela diferença de dois termos:

a) $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

b) $(y - 7)(y + 7) = y^2 - 49$

c) $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$

d) $(2x + 5)(2x - 5) = 4x^2 - 25$

e) $(3x - 2)(3x + 2) = 9x^2 - 4$

f) $(5x + 4)(5x - 4) = 25x^2 - 16$

g) $(3x + y)(3x - y) = 9x^2 - y^2$

h) $(1 - 5x)(1 + 5x)= 1 - 25x^2$

i) $(2x + 3y)(2x - 3y)= 4x^2 - 9y^2$

j) $(7 - 6x)(7 + 6x)= 49 - 36x^2$

9- Calcule o produto da soma pela diferença de dois termos:

a) $(1 + 7x^2)(1 - 7x^2) = 1 – 49x^4$

b) $(3x^2 - 4)(3x^2 + 4) = 9x^4 - 16$

c) $(a^3 - 1)(a^3 + 1) = a^6 - 1$

d) $(a + xy)(a - xy)= a^2 - x^2y^2$

e) $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)= a^4 – b^4$

f) $(3x^2 -y^2)(3x^2 + y^2)= 9x^4 – y^4$

g) $(0,5 + x)(0,5 - x) = 0,25 - x^2$

h) $(t^3 + 3)(t^3 - 3) = t^6 - 9$

i) $(2x^3 + 2a)(2x^3 - 2a) = 4x^6 - 4a^2$

j) $(-3a + 4n^2)(-3a - 4n^2) = 9a^2 - 16n^4$

l) $(a^2c + d^2)(a^2c - d^2) = a^6c^2 - d^6$

m) $(mn - 7)(mn + 7) = m^2n^2 - 49$

10- Calcule o produto da soma pela diferença de dois termos:

a) $(x + 1/2)(x - 1/2) = x^2 - 1/4$

b) $(x - 2/3)(x + 2/3) = x^2 - 4/9$

c) $(y + 6/7)(y - 6/7) = y^2 - 36/49$

d) $(1 + x/3)(1 - x/3) = 1- x^2/9$

e) $(x/5 - 1)(x/5 + 1) = x^2/25 - 1$

f) $(x^2 - 1/7)(x^2 + 1/7) = x^4 - 1/49$

11- Calcule o produto da soma pela diferença de dois termos:

a) $(x/4 + 2/3)(x/4 - 2/3) = x^2/16 - 4/9$

b) $(3 + 2x/7)(3 - 2x/7) = 9 - 4x/49$

c) $(3x/4 - a/5)(3x/4 + a/5) = 9x^2/16 - a^2/25$

12- Desenvolva:

a) $(x+y)^3= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

b) $(x-y)^3= x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$

c) $(m+3)^3= m^3+9m^2+27m+9$

d) $(a-1)^3= a^3-3a^2+3a-a^3$

e) $(5-x)^3= 125-75x+15x^2-x^3$

f) $(-a-b)^3= -a^3+3a^2b+3ab^2-b^3$

13- Desenvolva:

a) $(x+2y)^3= x^3+6x^2y+6xy^2+8y^3$

b) $(2x-y)^3= 8x^3-6x^2y+6xy^2-y^3$

c) $(1+2y)^3= 1+6y+6y^2+8y^3$

d) $(x-2a)^3= x^3-6x^2a+6xa^2-8a^3$

e) $(1-pq)^3= 1-3pq+3p^2q^2-p^3q^3$

f) $(3x^2-1)^3= 27x^6 – 9 x^4 + 9x - 1$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES:

1- Efetue:

a) $(5a+7)^2= 25a^2+70a+49$

b) $(2n-1)^2= 4n^2-4n+1$

c) $(7x-a)^2= 49x^2-14ax+a^2$

d) $(4x+9)^2= 16x^2+72x+81$

e) $(3x+2y)^2= 9x^2+12xy+4y^2$

f) $(3a^2+1)^2= 9a^4 + 6a^2 +1$

g) $(2x^3-5)^2= 4x^6 - 20x^3 + 25$

h) $(8x-7a)^2= 64x^2-112xa+49a^2$

i) $(6 - a^3)^2 = 36-12a^3+a^6$

j) $(3a^2 + 1)^2 = 9a^4 + 6a^2 + 1$

l) $(10p+3q)^2= 100p^2+60pq+9q^2$

m) $(1+pq)^2= 1+2pq+p^2q^2$

2- Efetue:

a) $(1+x)(1-x)= 1-x^2$

b) $(a-3m)(a+3m)= a^2-9m^2$

c) $(r+3s)(r-3s)= r^2-9s^2$

d) $(a^2-8)(a^2+8)= a^4 - 64$

e) $(2x^3-1)(2x^3+1)= 4x^6 - 1$

f) $(m^3-8)(m^3+8)= m^6 - 64$

g) $(3xy+z)(3xy-z)= 9x^2y^2 - z^2$

h) $(a^2b^2-1)(a^2b^2+1)= a^4b^4 - 1$

3- Desenvolva:

a) $(x-1)^3 = x^3-3x^2+x-1$

b) $(x+2)^3 = x^3+6x^2+12x+8$

c) $(2x-1)^3 = 8x^3-12x^2+6x-1$

d) $(2x+5)^3 = 8x^3+60x^2+150x+125$

e) $(3x-2)^3 = 27x^3-36x^2+24x-8$

f) $(x^2-3m)^3 = x^6 - 6x^4 m+18x^2m^2-27m^3$

4- Desenvolva e reduza:

a) $(x-5)^2-10x = x^2-10x+25-10x \Rightarrow x^2-20x+25$

b) $(5x-2)^2+3x-1 = 25x^2-20x+4+3x-1 \Rightarrow 25x^2-17x+3$

c) $(x+1)^2-(x-1)^2 = x^2+2x+1-x^2+2x-1 \Rightarrow 4x$

d) $(x+3)^2+(x-3)^2 = x^2+6x+9+x^2-6x+9 \Rightarrow 2x^2+18$

e) $(7x+5)^2-(7x-5)^2 = 49x^2+70x+25-49x^2+70x-25 \Rightarrow 140x$

f) $(3x-1)(3x+1)-1 = 9x^2-1-1 \Rightarrow 9x^2-2$

5- Desenvolva e reduza:

a) $(2x-3)^2-4(x-1)(x+1)+5 = 4x^2-12x+9-4(x^2-1)+5 \Rightarrow -12x+18$

b) $(5x+2)^2-(5x-2)^2-(5x-2)(5x+2) = -25x^2+20x+4$

c) $(1+x)^2+(1-x)^2+(x+1)^2+(x-1)^2 = 4x^2+1$

d) $(x+1/2)(x-1/2)-(1-x)^2 = 2x-5/4$

TESTES:

1- Sejam as afirmações:

i) $(a-b)^2=a^2-b^2$
ii) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
iii) $(a+b)^2-2b^2=a^2-b^2$

quantas são verdadeiras?

a) 0 b) 1<== c) 2 d) 3

2- A expressão $(-x-y)^2$ é igual a:

a) $x^2+2xy+y^2$ <==
b) $-x^2-2xy-y^2$
c) x^2+y^2
d) x^2-y^2

3- A expressão $(2x^3-3x^2)(2x^3+3x^2)$ é igual a:

a) $4x^9 – 9x^9$
b) $4x^6 – 9x^4$ <==
c) $4x^9 + 9x^4$
d) $4x^6 + 9x^4$

4- O desenvolvimento de $(2a-3b)^2$ é:

a) $2a^2-3b^2$
b) $4a^2+9b^2$
c) $4a^2-12ab+9b^2$ <==
d) $2a^2-12ab+3b^2$

5- A expressão $(xy+xz)^2$ é igual a:

a) $x^2y^2+2x^2yz+y^2z^2$
b) $x^2y^2+2x^2yz+x^2z^2$ <==
c) $x^2y^2+2x^2yz+xz^2$
d) $x^2y^2+2x^4y^2z^2+x^2z^2$

6- A expressão $x^2-(x-7)^2$ é igual a:

a) $14x-49$ <==
b) $49-14x$
c) $2x^2+14x-49$
d) $2x^2-14x+49$

7- A expressão $(x+y)^2-(x^2+y^2)$ é igual a:

a) 0
b) $2xy$ <==
c) $2x^2+2y^2$
d) $2xy-2x^2-2y^2$

8- A expressão $(x-y)^2-(x+y)^2$ é equivalente a:

a) 0
b) $2y^2$
c) $-2y^2$
d) $-4xy$ <==

9- A expressão $(2a+b)^2-(a-b)^2$ é igual a:

a) $3a^2+2b^2$
b) $3a^2+6ab$ <==
c) $4a^2b+2ab$
d) $4a^2+4ab+b^2$

10- A expressão $(a^2-1)^2-(a^2-1)(a^2+1)$ é igual a:

a) $2a4+1$
b) $3a^2+1$ <==
c) $-a^2+1$
d) $-a^2+2$

11- A expressão $(x^3+1/2)(x^2-1/2)$ é igual a:

a) $x^9+1/2$
b) $x^9-1/2$
c) $x^6 + 1/4$
d) $x^6 - 1/4$ <==

12. Desenvolva:

a) $(2x + 1/2)^3 = 8x^3 + 6x^2 + 3x/2 + 1/8$

b) $(x/3 + 1)^3 = x^3/27 + x^2/3 + x + 1$

c) $(x - 1/4)^3= x^3 - 3x^2/4 + 3x/16 - 1/64$

d) $(3a/2 - 2b/3)^3 = 27a^3/8 - 9a^2b + 2ab^2 - 8b^2/27$

e) $(x^2/4 + x/2 + 1)^2 = x^4/16 + x^3/4 + 3x^2/4 + x + 1$

f) $(2x^2 + x + 1/2)^2 = 4x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 3x/2 + 1/4$

g) $(4a^2 - a/2 + 1/8)^2 = 16a^4 - 4a^3 + 3a^2/2 -a/8 + 1/64$

13. Quanto devemos adicionar a $(m+1)^3$ para obter $(m+2)^3$:

$(m+1)^3=m^3+3m^2+3m+1$

$3m^2+9m+7$

$(m+2)^3=m^3+6m^2+12m+8$

14. Calcule $(2x/3-1)^3+3(2x/3-1)^2+3(2x/3-1)+1$:

$2x/3-1 = t$

$t^3+3t^2+3t+1 = (t+1)^3 \Rightarrow (2x/3-1+1)^3 \Rightarrow (2x/3)^3 \Rightarrow 8x^3/27$

15. dado $a=x^2-x+1/4$, calcule o polinômio $a^2-a+1/4$.

$a^2-a+1/4 = (a-1/2)^2 = ((x^2-x+1/4)-1/2)^2$

então $x^2-x+1/4 = (x-1/2)^2$

$((x-1/2)^2-1/2)^2 = (x^2-x-1/4)^2 \Rightarrow x^4 - 2x^3 + x^2/2 +x/2 - 1/4$

16. Quanto devemos adicionar a x^3+1000 para obter $(x+10)^3$?

$(x+10)^3 = x^3+30x^2+300x+1000$

$30x^2+300x$

$x^3 \quad + \quad 1000$

17. Simplifique:

$(((n+1)/2-1)^2-((n-1/2)+1)^2)/2 =$

$(((n+1)^2/4-(n+1)+1)-((n-1)^2/4+(n+1)+1))/2$

$((n^2+2n+1)/4-n-1+1+(-n^2+2n-1)/4+n+1+1)/2$

$(n+2)/2$

18. subtraia $(x^2+3x+1)^2$ de $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$.

$x^4 + 6x^3 +11x^2 +6x+1$

0

$x^4 +x^3 + 11x^2 +6x +1$

190. quanto devemos adicionar $ax^4 + x^2+1$ para obter $(x^2+x+1)^2$:

$(x^2+x+1)^2 = x^4 +2x^3+3x^2+2x+1$

$2x^3+2x^2+2x$

$X^4+ x^2+ \ 1$

FATORAÇÃO

Fatorar é transformar equações algébricas em produtos, chamadas fatores.

$$\mathbf{ax + ay = a.(x+y)}$$

Existem vários casos de fatoração como:

1) **Fator Comum em evidência:** Quando os termos apresentam fatores comuns observe o polinômio: $ax + ay$ $\Rightarrow$ Ambos os termos apresentam o fator a:

$$ax + ay = a.\ (x+y)$$

Exemplos:

a) $bx + by - bz = b.(x+y-z)$
b) $2x^2 - 4xy = 2x.(x - 2y)$
c) $12ax^2z + 24axz^2 - 12a^2xz = 12axz.\ (x + 2z - a)$
d) $(a+b)x + (a+b)y = (a+b).\ (x+y)$
e) $x^3 + 2x^2 - x = x.(x^2 + 2x - 1)$

2) **Fatoração por agrupamento:** Consiste em aplicar duas vezes o caso do fator comum em alguns polinômios especiais.

$$ax + ay + bx + by$$

Os dois primeiros termos possuem em comum o fator **a,** os dois últimos termos possuem em comum o fator **b**. Colocando esses termos em evidência:

$a.(x+y) + b.(x+y)$

Este novo polinômio possui o termo (x+y) em comum. Assim colocando-o em evidência:

$(x+y).(a+b)$

Ou seja: $ax + ay + bx + by = (x+y).(a+b)$

Exemplos:

Fatore:

a) $x^2 - 3x + ax - 3a = x.(x - 3) + a(x - 3) = (x - 3).(x + a)$

b) $2b^2 + ab^2 + 2c^3 + ac^3 = b^2(2 + a) + c^3(2 + a) = (2 + a).(b^2 + c^3)$

3) **Fatoração por diferença de quadrados:** Consiste em transformar as expressões em produtos da soma pela diferença, simplesmente extraindo a raiz quadrada de cada quadrado, assim:

$x^2 - 9 = (x + 3).(x - 3)$

Exemplos:

Fatore:

a) $a^2 - b^2 = (a + b).(a - b)$
b) $16a^2 - 1 = (4a + 1). (4a - 1)$
c) $1 - 16x^4 = (1 + 4x^2). (1 - 4x^2) = (1 + 4x^2). (1 + 2x). (1 - 2x)$

4) **Fatoração do trinômio quadrado perfeito:** O trinômio que se obtém quando se eleva um binômio ao quadrado chama-se trinômio quadrado perfeito.

Por exemplo, os trinômios ($a^2 + 2ab + b^2$) e ($a^2 - 2ab + b^2$) são quadrados perfeitos porque são obtidos quando se eleva (a+b) e (a-b) ao quadrado, respectivamente.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$4x^2 - 12xy + 9y^2$

$\sqrt{4x^2}$ $\sqrt{9x^2}$

2x 3y

2.2x.3y = 12xy

Note que é igual ao segundo termo de $4x^2 - 12xy + 9y^2$, portanto trata-se de um trinômio quadrado perfeito.

$$\underbrace{4x^2 - 12xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2}_{\text{Sinal}} \quad \text{» forma fatorada}$$

Logo:

$$\underbrace{4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2}_{\text{Sinal}} \quad \text{» forma fatorada}$$

Exemplos:

Fatore:
a) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$
b) $16x^2 + 24xy + 9y^2 = (4x + 3y)^2$

Convém lembrarmos que ao fatorarmos uma expressão algébrica, deve fatorá-la por completo:

Exemplos:

a) $3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x + 1) = 3(x + 1)^2$
b) $25a^4 - 100b^2 = 25. (a^4 - b^2) = 25. (a^2 + b). (a^2 - b)$

Exercícios:

1) Coloque em evidência o fator comum

a) $a^3b^2c^2 + a^2b^3c^2 + a^2b^2c^3$

b) $\frac{3}{5} x^2y^2 - \frac{9}{25} xy$

c) $16a^4 – 64a^3$
d) $(a + b)x + 2(a + b)$

2) Agrupe convenientemente os termos e fatore.

a) $4a + 3b + ab$
b) $7x^2 – y + x – 7xy$
c) $m^2n -1 + n – m^2$

3) Fatore:

a) $4a^2 - 9b^2$
b) $(x + y)^2 - y^2$
c) $(a + b)^2 - (a - b)^2$
d) $1 - (x + y)^2$
e) $m^4 - 16n^3$
f) $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$

4) Fatore completamente

a) $a^4 - a^2$
b) $2ax^2 - 32^a$
c) $a^3 + a^2 - 4a - 4$
d) $x^3 - 7x^2 - x + 7$

5) Fatore completamente

a) $x^2 - 70x + 49$
b) $\frac{a^2}{4} - a + 1$
c) $\frac{a^2}{4} - a + 1$

6) O número real $y = \frac{a^2 - (2b - c)^2}{c^2 - (a + 2b)^2}$ é equivalente a:

a) $\frac{a + 2b - c}{a - 2b - c}$

b) $\frac{2b - a + c}{2b - a - c}$

c) $\frac{c - a - 2b}{c + a + 2b}$

d) $\frac{2b - a - c}{2b + a + c}$

e) $\frac{a - 2b + c}{a + 2b + c}$

7) Se m e n são números reais tais que $|m| \neq |n|$, então a expressão $\dfrac{m^3 - m - n^3 + n}{m^2 n - n^3}$ é equivalente a:

a) 1

b) $\dfrac{m^2 + mn + n^2 + 1}{n(m+n)}$

c) $\dfrac{m^2 + mn + n^2 - 1}{n(m+n)}$

d) $m^2 + mn + n^2 + 1$

e) 0

7) Se $x = \left(\sqrt[6]{0,09}\right)^3$, $y = \left(1 + \sqrt{2}\right)^{-1}$ e $z = 16^{2^{-2}}$, então:

a. $z < x < y$

b. $x < y < z$

c. $y < x < z$

d. $z < y < x$

e. $x < z < y$

RACIONALIZAÇÃO

Definição: Fração irracional é a que tem pelo menos um termo, o numerador ou o denominador, irracional ou sob radical.

Exemplos:

a) Numerador Irracional

$$\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1-\sqrt{2}}{3},\ \frac{\sqrt[3]{5}}{8},\ \frac{\sqrt{a+b}}{c}$$

b) Denominador Irracional

$$\frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{a}{\sqrt[3]{b}},\ \frac{5}{1-\sqrt{3}},\ \frac{1}{2+\sqrt{x}}$$

c) Numerador e Denominador Irracionais

$$\frac{\sqrt{2-3x}}{1+\sqrt{x}},\ \frac{\sqrt{a}}{1-\sqrt{b}},\ \frac{3-\sqrt{2}}{5+\sqrt[3]{3}},\ \frac{\sqrt{1-x}}{2+\sqrt{x}}$$

RACIONALIZAÇÃO DOS DENOMINADORES DE FRAÇÕES IRRACIONAIS

Tem grande importância no processo de racionalização a seguinte propriedade das frações. Uma fração não se altera quando o numerador e o denominador são multiplicados pelo mesmo número diferente de zero. Racionalização dos denominadores irracionais de uma fração irracional é a operação que tem por finalidade transformá-la em um número inteiro ou em uma fração equivalente com denominador racional.

a) $$\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

b) $$\frac{3}{\sqrt[3]{5}}=\frac{3}{\sqrt[3]{5}}.\frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}}=\frac{3\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{5^2}}=\frac{3\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5.5^2}}=\frac{3\sqrt[3]{25}}{5}$$

c) $$\frac{8}{1-\sqrt{2}}=\frac{8}{\left(1-\sqrt{2}\right)}.\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)}{\left(1+\sqrt{2}\right)}=\frac{8\left(1+\sqrt{2}\right)}{1^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=-8\left(1+\sqrt{2}\right)$$

Racionalizar:

a) $\dfrac{5}{x-\sqrt{y}}$ fator racionalizante: $x+\sqrt{y}$

$$\Rightarrow \frac{5}{(x-\sqrt{y})}\cdot\frac{(x+\sqrt{y})}{(x+\sqrt{y})}=\frac{5(x+\sqrt{y})}{x^2-(\sqrt{y})^2}=\frac{5(x+\sqrt{y})}{x^2-y}$$

b) $\dfrac{10}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ fator racionalizante: $\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$$\Rightarrow \frac{10}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})}\cdot\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})}=\frac{10(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}=-10(\sqrt{2}-\sqrt{3})$$

EXERCICIOS

1) Racionalizar os exercícios.

a) $\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

b) $\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x}$

c) $\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$

d) $\dfrac{\sqrt{1-2x-x^2}-1}{x}$

e) $\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$

f) $\dfrac{\sqrt{2x}-\sqrt{x+1}}{x-1}$

2) Racionalizar os exercícios.

a) $\dfrac{3-\sqrt{10-x}}{x^2-1}$

b) $\dfrac{2-\sqrt{x+1}}{x^2-9}$

c) $\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-3x+2}$

d) $\dfrac{x^2-4}{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x-2}}$

e) $\dfrac{\sqrt{x^2-3x+3}-\sqrt{x^2+3x-3}}{x^2-3x+2}$

3) Racionalizar os exercícios

a) $\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$

b) $\dfrac{4-\sqrt{10+x}}{2-\sqrt{10-x}}$

c) $\dfrac{\sqrt{3x+4}-\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+1}-1}$

d) $\dfrac{\sqrt{x^2+x-2}-\sqrt{x^2-x+2}}{\sqrt{x+2}-2}$

4) Racionalizar os exercícios

a) $\dfrac{\sqrt{2x^2-3x+2}-2}{\sqrt{3x^2-5x-1}-1}$

b) $\dfrac{\sqrt{3x^2+4x+2}-1}{\sqrt{x^2+3x+6}-2}$

5) Racionalizar os exercícios

a) $\dfrac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x}$

b) $\dfrac{x+1}{\sqrt[3]{2x+3}-1}$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{8-2x+x^2}-2}{x-x^2}$

6) Racionalizar os exercícios

a) $\dfrac{1-\sqrt[3]{1-x}}{1+\sqrt[3]{3x-1}}$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{2-3x}-2}{1+\sqrt[3]{2x+3}}$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{3x^2-7x+1}+1}{\sqrt[3]{2x^2-5x+3}-1}$

7) Racionalizar os exercícios

a) $\dfrac{\sqrt{5x+4}-3}{\sqrt[3]{x-2}+1}$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{5x-2}-2}{\sqrt{x-1}-1}$

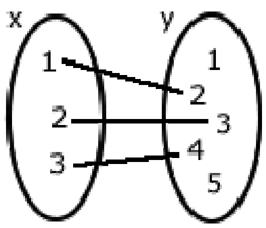
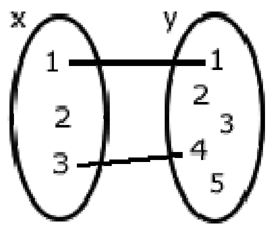
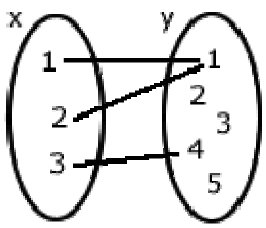
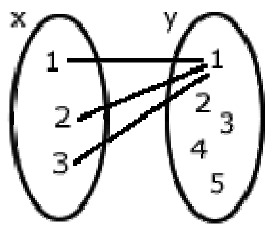
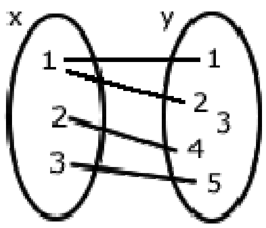
c) $\dfrac{\sqrt{3x^3-5x+6}-2}{\sqrt[3]{x^2-3x+1}+1}$

FUNÇÃO DO 1º GRAU

Vamos iniciar o estudo da função do 1º grau, lembrando o que é uma correspondência:
Correspondência: é qualquer conjunto de pares ordenados onde o primeiro elemento pertence ao primeiro conjunto dado e o segundo elemento pertence ao segundo conjunto dado.
Assim: Dado os conjuntos A={1,2,3} e B={1,2,3,4,5,6} consideremos a correspondência de A em B, de tal modo que cada elemento do conjunto A se associa no conjunto B com o seu sucessor.

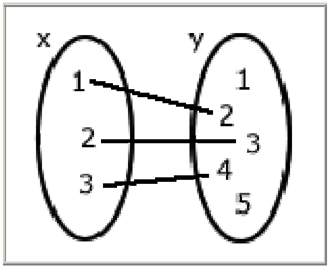
Noções de função:

Considere os diagramas abaixo:

1	2
	
3	**4**
	
5	**Condições de existência:** (1) Todos os elementos de x têm um correspondente em y. (2) Cada elemento de x tem um e somente um correspondente em y.
	

Domínio, Contradomínio e Imagem

Observe o diagrama a seguir:



Chamaremos esta função de f, logo o conjunto de pares ordenados será:

$$f = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$$

O conjunto X = {1,2,3} denomina-se domínio da função f.

D(f) = x

O conjunto Y = {1,2,3,4,5} denomina-se contradomínio da função f.

CD(f) = y

Dizemos que 2 é a imagem de 1 pela função f.

f(1) = 2

Ainda, f(2) = 3 e f(3) = 4. Logo o conjunto das imagens de f e dado por:

Im(f) = {2,3,4}

Exemplo:

1) Determine o conjunto imagem de cada função:

a) D(f) = {1,2,3}   y = f(x) = x + 1

f(1) = 1+1 = 2
f(2) = 2+1 = 3
f(3) = 3+1 = 4

Logo: Im(f) = {2,3,4}

b) D(f) = {1,3,5} $y = f(x) = x^2$

$f(1) = 1^2 = 1$
$f(3) = 3^2 = 9$
$f(5) = 5^2 = 25$

Logo: Im (f) = {1,9,25}

2) Numa loja, o salário fixo mensal de um vendedor é 500 reais. Além disso, ele recebe de comissão 50 reais por produto vendido.

a) Escreva uma equação que expresse o ganho mensal y desse vendedor, em função do número x de produto vendido.

y = salário fixo + comissão
y = 500 + 50x

b) Quanto ele ganhará no final do mês se vendeu 4 produtos?

y = 500 + 50x, onde x = 4
y = 500 + 50.4 = 500 + 200 = 700

c) Quantos produtos ele vendeu se no final do mês recebeu 1000 reais?

y = 500 + 50x , onde y = 1000
1000 = 500 + 50x » 50x = 1000 - 500 » 50x = 500 » x = 10

A relação assim definida por uma equação do 1º grau é denominada função do 1º grau, sendo dada por:

$$y = f(x) = ax + b \text{ com } a \in R,\ b \in R \text{ e } a \neq 0$$

<u>Gráfico da função do 1º grau:</u>

-

O gráfico de uma função do 1º grau de R em R é uma reta.

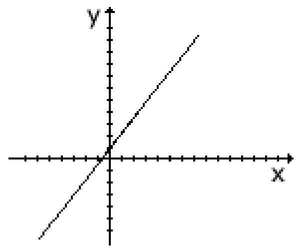
Exemplo:

1) Construa o gráfico da função determinada por f(x) = x + 1:

Atribuindo valores reais para x, obtemos seus valores correspondentes para y.

O conjunto dos pares ordenados determinados é f = {(-2,-1) , (-1,0),(0,1),(1,2),(2,3)}

x	y = f(x) = x + 1
-2	-1
-1	0
0	1
1	2
2	3

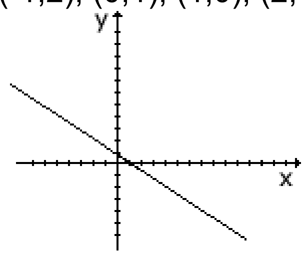


2) Construa o gráfico da função determinada por f(x) = - x + 1.

Atribuindo valores reais para x, obtemos seus valores correspondentes para y.

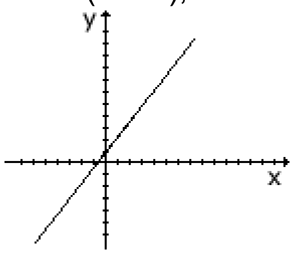
O conjunto dos pares ordenados determinados é f = {(-2,3), (-1,2), (0,1), (1,0), (2,-1)}

X	y = f(x) = - x + 1
-2	3
-1	2
0	1
1	0
2	-1



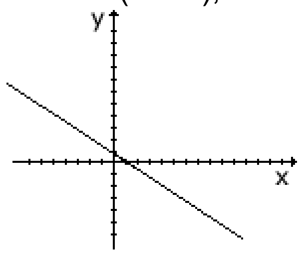
Gráficos crescentes e decrescentes respectivamente:

y = x + 1 (a > 0); onde a = 1



Função crescente

y = - x + 1 (a < 0); onde a = -1



Função decrescente

Raiz ou zero da função do 1º grau:

Para determinarmos a raiz ou zero de uma função do 1º grau, definida pela equação y=ax+b, como a é diferente de 0, basta obtermos o ponto de intersecção da equação com o eixo x, que terá como coordenada o par ordenado (x,0).

1) Considere a função dada pela equação y = x+1, determine a raiz desta função.

x + 1 = 0 » x = -1 Dizemos que -1 é a raiz ou zero da função

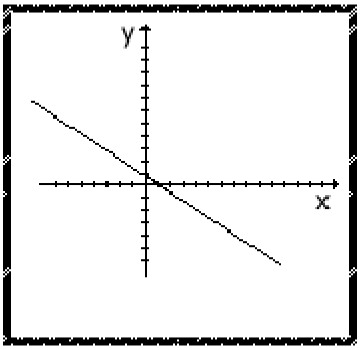
Basta determinar o valor de x para termos y = 0

Note que o gráfico da função y = x + 1, interceptará "cortará" o eixo x em -1 que é a raiz da função.

2) Determine a raiz da função y = -x + 1 e esboce o gráfico.

Fazendo y = 0, temos:

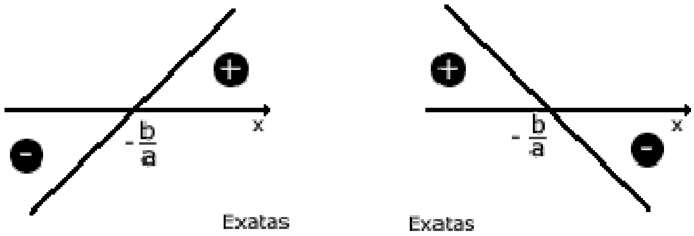
0 = -x+1 » x = 1



Note que o gráfico da função y = - x + 1, interceptará (cortará) o eixo x em 1 que é a raiz da função.

Sinal de uma função de 1º grau:

Observe os gráficos:



a > 0 a < 0

Note que para x = -b/a, f(x) = 0 (zero da função). Para x > -b/a, f(x) tem o mesmo sinal de a. Para x $< -\frac{b}{a}$, f(x) tem o sinal contrário ao de a.

Exemplos:

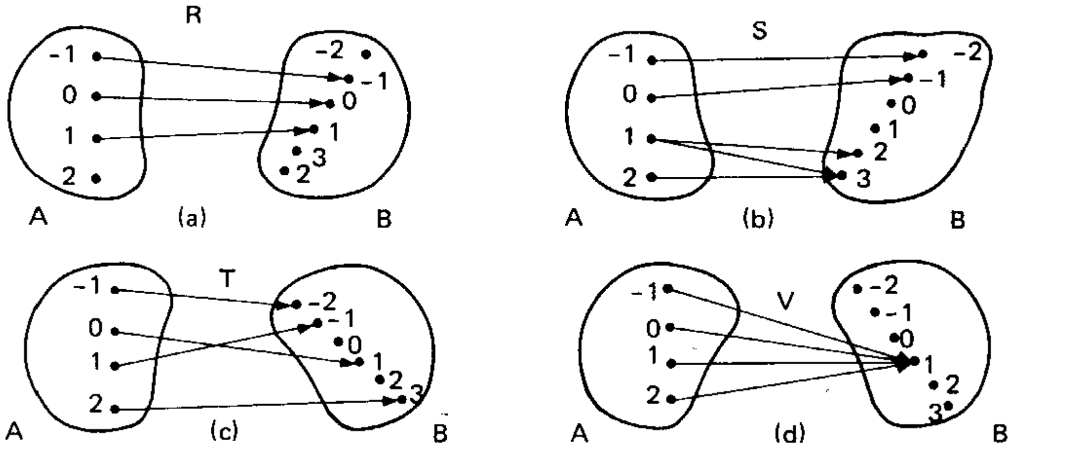
1) Determine o intervalo das seguintes funções para que f(x) > 0 e f(x) < 0.

a) y = f(x) = x + 1
x+1 > 0 » x > -1 Logo, f(x) será maior que 0 quando x > -1
x+1 < 0 » x < -1 Logo, f(x) será menor que 0 quando x < -1

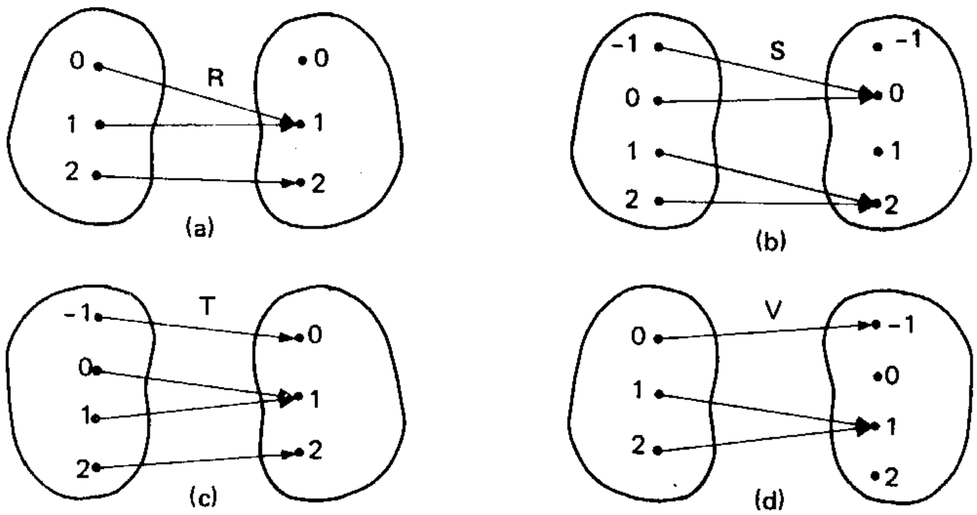
b) y = f(x) = -x + 1
-x + 1 > 0 » -x > -1 » x < 1 Logo, f(x) será maior que 0 quando x < 1
-x+1< 0 » -x < -1 » x > 1 Logo, f(x) será menor que 0 quando x > 1

EXERCÍCIOS

Estabelecer se cada um dos esquemas das relações abaixo define ou não uma função de $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ em $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$. Justificar.

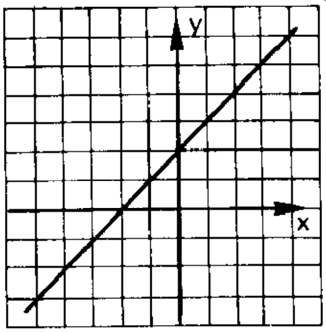


Quais dos esquemas abaixo definem uma função de $A = \{0, 1, 2\}$ em $B = \{-1, 0, 1, 2\}$?

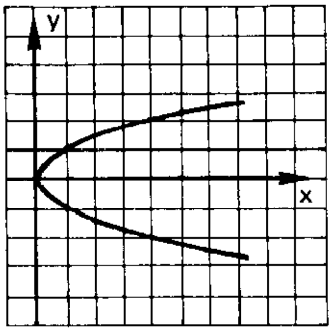


Quais das relações de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ cujos gráficos aparecem abaixo, são funções? Justificar.

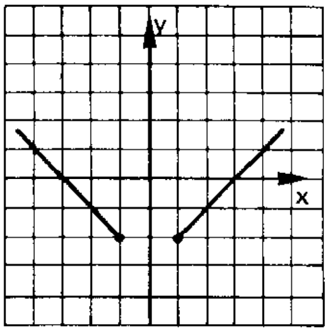
a)



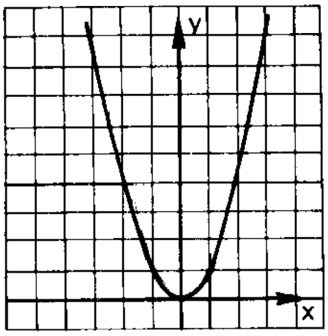
b)



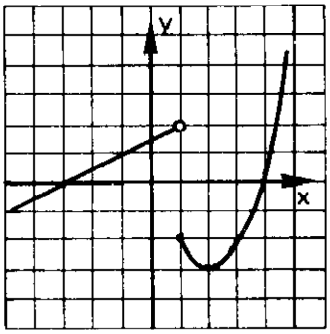
c)



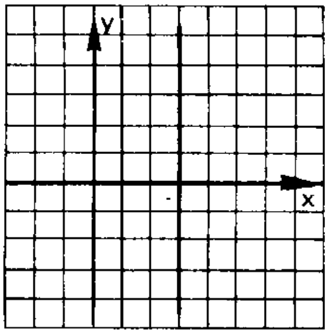
d)



e)



f)



Seja f a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 3x + 4$. Calcular:

a) $f(2)$ b) $f(-1)$ c) $f(\frac{1}{2})$

d) $f(-\frac{1}{3})$ e) $f(\sqrt{3})$ f) $f(1 - \sqrt{2})$

Seja f a função de $\mathbb{Z}$ em $\mathbb{Z}$ definida por $f(x) = 3x - 2$. Calcular:

a) $f(2)$ c) $f(0)$

b) $f(-3)$ d) $f(\frac{3}{2})$

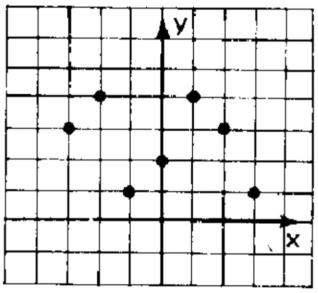
Seja f a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ assim definida

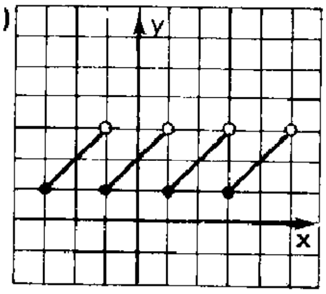
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ x + 1 & \text{se } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

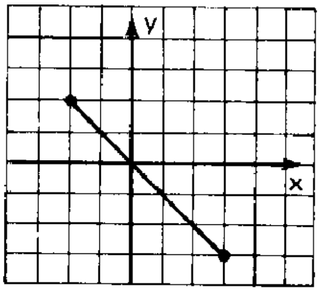
a) $f(3)$ b) $f(-\frac{3}{7})$ c) $f(\sqrt{2})$

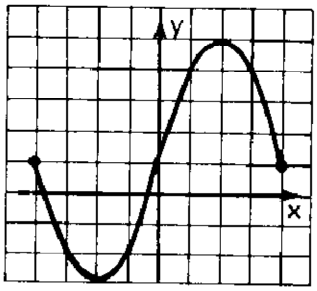
d) $f(\sqrt{4})$ e) $f(\sqrt{3} - 1)$ f) $f(0,75)$

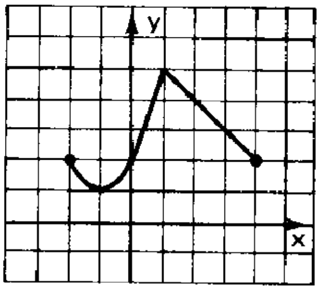
Considerando que os gráficos abaixo são gráficos de funções, estabelecer o domínio e a imagem.

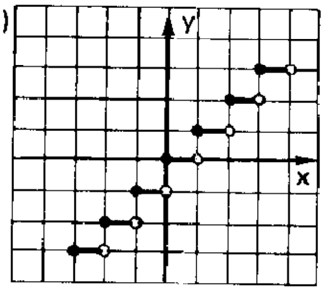
a) 

d) 

b) 

e) 

c) 

f) 

Dar o domínio das seguintes funções reais:

a) $f(x) = 3x + 2$

b) $g(x) = \dfrac{1}{x + 2}$

c) $h(x) = \dfrac{x - 1}{x^2 - 4}$

d) $p(x) = \sqrt{x - 1}$

e) $q(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x + 1}}$

f) $r(x) = \dfrac{\sqrt{x + 2}}{x - 2}$

g) $s(x) = \sqrt[3]{2x - 1}$

h) $t(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2x + 3}}$

i) $u(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x + 2}}{x - 3}$

Construir o gráfico cartesiano das funções de IR em IR:

a) $y = 2x - 1$

b) $y = x + 2$

c) $y = 3x + 2$

d) $y = \dfrac{2x - 3}{2}$

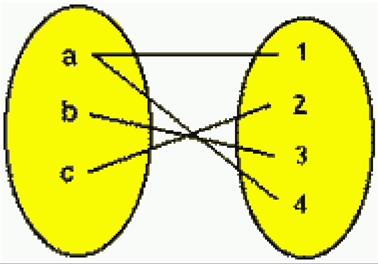
e) $y = -3x - 4$

f) $y = -x + 1$

g) $y = -2x + 3$

h) $y = \dfrac{4 - 3x}{2}$

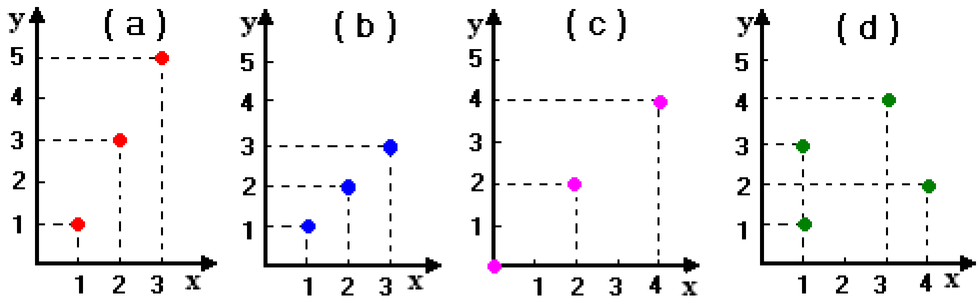
1) Dados os conjuntos A={a,b,c} e B={1,2,3,4}, podemos construir a relação R em A×B que está apresentada no gráfico.



Qual resposta mostra a relação R de forma explicita?

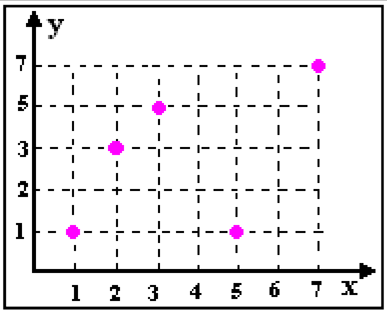
a. R={(a,1),(b,3),(c,4),(a,3)}
b. R={(1,a),(4,a),(3,b),(c,2)}
c. R={(a,1),(b,3),(c,2)}
d. R={(a,1),(a,4),(b,3),(c,2)

2) Sejam os conjuntos A={1,2,3} e B={1,3,4,5} de números reais e a relação definida por R={(x,y) ∈ A × B: y= 2x-1}. Qual dos gráficos cartesianos abaixo, representa a relação R?



Sejam os conjuntos A={1,3,4,5} e B={0,6,12,20} e a relação R={(x,y) em A × B: y = x (x-1)} definida sobre A × B. Escrever R de uma forma explicita e construir o gráfico cartesiano desta relação.

Seja A={1,2,3,5,7}. Analisar o gráfico cartesiano da relação R em A × A e responder às questões pertinentes a esta relação.



Qual das alternativas abaixo é verdadeira?

a. (2,3) ∈ R, (5,1) ∈ R, (7,7) ∈ R
b. (1,1) ∈ R, (3,5) ∈ R, (5,1) ∉ R
c. (1,1) ∈ R, (5,5) ∉ R, (3,5) ∈ R
d. (2,3) ∈ R, (3,5) ∈ R, (7,7) ∈ R

Para a relação R={(1,1),(2,3),(3,5),(5,1),(7,7)}definida sobre o conjunto A={1,2,3,5,7}, responda qual das alternativas abaixo representa o contradomínio da relação R.

a.(R) = {1,2,3,5,7}
b.(R) = {1,3,5,7}
c.(R) = R
d.(R) = {3,5,7}

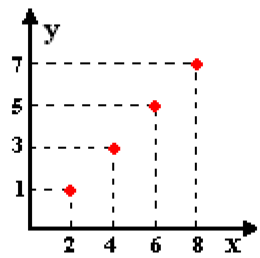
Seja a relação R={(1,1),(2,3),(3,5),(5,1),(7,7)} def. sobre A={1,2,3,5,7}. Qual alternativa representa o domínio de R.

a. Dom(R)=R
b. Dom(R)={2,5,7}
c. Dom(R)={1,2,7}
d. Dom(R)={1,2,3,5,7}

Para a relação R={(1,1),(2,3),(3,7),(5,1),(7,7)} def. sobre A={1,2,3,5,7}, qual das alternativas representa a imagem de R.

a. Im(R) = {1,2,3,5,7}
b. Im(R) = {1,3,5,7}
c. Im(R) = {1,3,5}
d. Im(R) = R

Sejam A = {2,4,6,8}, B = {1,3,5,7} e a relação R em A × B apresentada pelo seu gráfico cartesiano.



Identifique se cada afirmação é V (verdadeira) ou F (falsa).
a. (2,1) pertence à relação R.
b. (3,2) pertence à relação R.
c. (4,3) pertence à relação R.

d. (5,6) pertence à relação R.
e. (8,7) pertence à relação R.

Neste exercícios, o conjunto dos números naturais será denotado por N = {1,2,3,4,5,6,7,...}. Seja a relação R={(x,y) ∈ N × N: 2x + y = 8}. Qual dos itens representa o domínio da relação R?

a. {8}
b. N
c. {1,2,3}
d. {2,4,6}

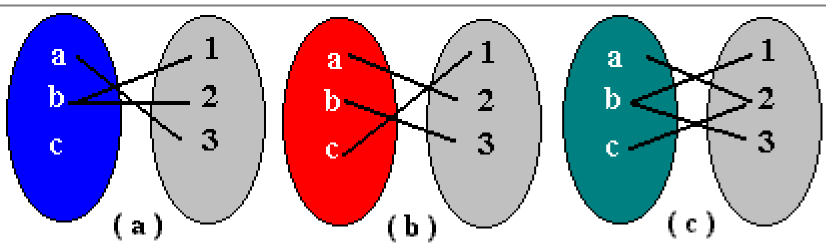
Seja a relação R={(x,y) em N × N: 2x + y = 8}. Qual das respostas abaixo representa o contradomínio de R?

a. {1,3,5,7}
b. {0,1,2,3,4,5,6,7}
c. {0,2,4,6}
d. N

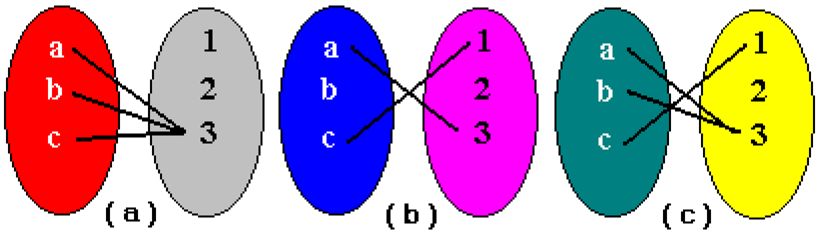
Seja a relação R={(x,y) em N × N: 2x + y = 8}. Qual das alternativas abaixo representa a imagem de R?

a. {1,3,5,7}
b. {2,4,6}
c. Ø

Quais dos diagramas abaixo se encaixa na definição de função de A em B, onde A = {a,b,c} e B = {1,2,3}
.



Quais dos diagramas abaixo não representa uma função de A em B, onde A = {a,b,c} e B = {1,2,3}.



Dada a função real f(x) = 2x + 3 definida sobre o conjunto A = {1,2,3,4}, apresente o conjunto de todos os pares ordenados pertencentes à função f.
Dada a função f: R → R definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 7 & \text{se} \quad x < 2 \\ 3 & \text{se} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

determinar: f(0), f(-4), f(2) e f(10).

Qual conjunto é formado pelos valores f(0), f(-3), f(2) e f(10), se a função de R × R está definida por f(x)= x² - 4x + 7?
a. {67,3,4,7}
b. {0,-3,2,10}
c. {7,28,3,67}
d. {10,2,-3,0}

Calcular os valores: f(3), f(1), f(0) e f(-10), para a função real f=f(x) definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & \text{se} \quad x < -2 \\ x^2 + x - 4 & \text{se} \quad -2 \leq x \leq 2 \\ x + 3 & \text{se} \quad x > 2 \end{cases}$$

Por definição, zero de uma função é o ponto do domínio de f onde a função se anula. Dadas as quatro funções:

f(x) = 3x - 8, g(x) = 2x + 6, h(x) = x - 1 e i(x) = 15x - 30

qual dos conjuntos contém os zeros de todas as funções.

a. {-8,2,-1,-30}
b. {8/3,-3,1,2}
c. {-8/3,2,-1,-2}
d. {2,8/3,3,}

Se uma função do primeiro grau é da forma $f(x) = ax + b$ tal que $b = -11$ e $f(3) = 7$, obtenha o valor da constante a.

Usando $f(x) = ax + b$ e sabendo-se que $f(-2) = 8$ e $f(-1) = 2$, obter os valores de a e b.

Obter a função $f(x) = ax + b$ tal que $f(-3) = 9$ e $f(5) = -7$. Obtenha $f(1)$ e o zero desta função.

FUNÇÃO DO 2º GRAU

Denomina-se equação do segundo o grau, toda a equação do tipo **ax² + bx + c**, com coeficientes numéricos **a**, **b** e **c** com $a \neq 0$.
Exemplos:

Equação	A	b	c
$x^2 + 2x + 1$	1	2	1
$5x - 2x^2 - 1$	-2	5	-1

Classificação:

- **Incompletas**: Se um dos coeficientes (**b** ou **c**) for nulo, temos uma equação do 2º grau incompleta.

  - **1º caso: b = 0**

Considere a equação do 2º grau incompleta:
$x^2 - 9 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \rightarrow x = \pm 3$

  - **2º caso**: **c = 0**

Considere a equação do 2º grau incompleta:
$x^2 - 9x = 0 \rightarrow$ Basta Fatorar o fator comum x
$x \,.\, (x - 9) = 0 \rightarrow x = (0,9)$

  - **3º caso**: **b = c = 0**

$2x^2 = 0 \rightarrow x = 0$

Resolução de equações do 2º grau:

A resolução de equações do 2º grau incompletas já foi explicada acima, vamos agora resolver equações do 2º grau completas, ou seja, do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ com **a**, **b** e **c** diferentes de zero.

- Uma equação do 2º grau pode ter até duas raízes reais, que podem ser determinadas pela fórmula de Bháskara.

Como Bháskara chegou até a fórmula de resolução de equações do 2º grau?
Considerando a equação: $ax^2 + bx + c = 0$, vamos determinar a fórmula de Bháskara:
Multiplicamos os dois membros por 4a:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$
$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

Somamos b² aos dois membros:

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

Ao fatorarmos o lado esquerdo e chamarmos de Δ (delta), teremos $b^2 - 4ac$:

$(2ax+b)^2 = \Delta \rightarrow 2ax+b = \pm\sqrt{\Delta} \rightarrow 2ax = -b \pm \sqrt{\Delta}$

Logo

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Fórmula de Bháskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Utilizando a fórmula de Bháskara, vamos resolver alguns exercícios:

1) $3x^2 - 7x + 2 = 0 \rightarrow$ **a** = 3, **b** = -7 e **c** = 2

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4.(3).(2) = 49 - 24 = 25$$

Substituindo na fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{7+5}{6} \rightarrow x = 2 \quad \text{e} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{7-5}{6} \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

Logo, o conjunto verdade ou solução da equação é: $V = \left\{\frac{1}{3}, 2\right\}$

2) $-x^2 + 4x - 4 = 0 \rightarrow$ **a** = -1, **b** = 4 e **c** = -4

$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4.(-1).(-4) = 16 - 16 = 0$

Substituindo na fórmula de Bháskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \quad x = 2$$

V = {2}

- Neste caso, tivemos uma equação do 2º grau com duas raízes reais e iguais. ($\Delta = 0$)

2) $5x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow$ **a** = 5 **b** = -6 **c** = 5

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4.(5).(5) = 36 - 100 = -64$$

Note que $\Delta < 0$ e não existe raiz quadrada de um número negativo. Assim, a equação não possui nenhuma raiz real.

Logo V= { }

Propriedades:

$\Delta > 0$	Duas raízes reais e diferentes
$\Delta = 0$	Duas raízes reais e iguais
$\Delta < 0$	Nenhuma raiz real

EXERCÍCIOS

1) A função $f(x) = x^2 - 2x + 1$ tem mínimo no ponto em que x vale:

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
e. 4

3. O valor máximo da função $f(x) = - x^2 + 2x + 2$ é:

a. 2
b. 3
c. 4
d. 5
e. 6

4. O maior valor que y pode de assumir na expressão $y= - x^2 +2x$ é:

a. 1
b. 2
c. 3
d. 4
e. 5

5. Se x e y são as coordenadas do vértice da parábola $y= 3x^2 -5x + 9$, então x + y é igual a:

a. 5/6
b. 31 /14
c. 83/12
d. 89/18
e. 93/12

6. O ponto (k, 3k) pertence à curva dada por $f(x) = x^2 - 2x + k$; então k pode ser:

a. -2
b. -1
c. 2
d. 3
e. 4

7. O número de pontos comuns aos gráficos das funções $f(x) = x^2 - 2$ e $g(x) = -x^2 - 4$ é:

a. 0
b. 1
c. 2
d. 3
e. 4

8. Considere a função f: IR IR, definida por $f(x) = x^2 - 2x + 5$. Pode-se afirmar corretamente que:

a. vértice do gráfico de f é o ponto (1; 4);
b. f possui dois zeros reais e distintos;
c. f atinge um máximo para x = 1;
d. gráfico de f é tangente ao eixo das abscissas.
e. Nda

9. Se $f(x) = x - 3$, o conjunto de valores de x tais que $f(x^2) = f(x)$ é:

a. {0; 1 }
b. {- 1 ; 0}
c. {1 }
d. {- 2; 3}
e. {3; 4}

10. A imagem da função, definida por $f(x) = x^2 - 1$, é o intervalo:

a. [-1; ∞)
b. (-1; ∞)
c. [0; ∞)
d. (-∞;-1)
e. (-∞ ;-11]

11. Seja a função $f(x) = 3x^2 + 4$ definida para todo x real. Seu conjunto imagem é:

a. {y E IR/ y ≤ 4}
b. {y E IR/-4 < y < 4}
c. {y E IR/y > 4}
d. {y E IR/y ≥ 4}
e. R

11 O custo para se produzir x unidades de um produto é dado por $C = 2x^2 - 100x + 5000$. O valor do custo mínimo é:

a. 3250
b. 3750
c. 4000
d. 4500
e. 495

12) $x^2 - 5x + 6 = 0$ _____(Resp: :2,3)
13) $x^2 - 8x + 12 = 0$ ______(Resp :2,6)
14) $x^2 + 2x - 8 = 0$______ (Resp: 2,-4)
16) $x^2 - 5x + 8 = 0$ ______(Resp: vazio)
17) $2x^2 - 8x + 8 = 0$_______ (Resp: 2,)
18) $x^2 - 4x - 5 = 0$_______ (Resp: -1, 5)
19) $-x^2 + x + 12 = 0$_______ (Resp:-3, 4)
20) $-x^2 + 6x - 5 = 0$_______ (Resp:1,5)
21) $6x^2 + x - 1 = 0$______ (Resp:1/3 , -1/2)
22) $3x^2 - 7x + 2 = 0$ ______(Resp:2, 1/3)
23) $2x^2 - 7x = 15$ _______(Resp:5, -3/2)
24) $4x^2 + 9 = 12x$______ (Resp:3/2)
25) $x^2 = x + 12$ ______(Resp:-3 , 4)
26) $2x^2 = -12x - 18$ _____(Resp:-3)
27) $x^2 + 9 = 4x$_____ (Resp: vazio)
28) $25x^2 = 20x – 4$ ____(Resp: 2/5)
29) $2x = 15 – x^2$ ______(Resp: 3 , -5)
30) $x^2 + 3x – 6 = -8$____ (Resp:-1 , -2)
31) $x^2 + x – 7 = 5$ ____(Resp: -4 , 3)
32) $4x^2 - x + 1 = x + 3x^2$ ___(Resp: 1)
33) $3x^2 + 5x = -x – 9 + 2x^2$____ (Resp: -3)
34) $4 + x (x - 4) = x$ _____(Resp: 1,4)
35) $x (x + 3) – 40 = 0$ _____(Resp: 5, -8)
36) $x^2 + 5x + 6 = 0$ _____(Resp:-2,-3)
37) $x^2 - 7x + 12 = 0$ _____(Resp:3,4)
38) $x^2 + 5x + 4 = 0$ _____(Resp:-1,-4)
39)$7x^2 + x + 2 = 0$ _____(Resp:vazio)
40) $x^2 - 18x + 45 = 0$ _____(Resp:3,15)
41) $-x^2 - x + 30 = 0$ _____(Resp:-6,5)
42) $x^2 - 6x + 9 = 0$ _____(Resp:3)
43) $(x + 3)^2 = 1$_______(Resp:-2,-4)
44) $(x - 5)^2 = 1$_______(Resp:3,7)
45) $(2x - 4)^2 = 0$_______(Resp:2)
45) $(x - 3)^2 = -2x^2$_______(Resp:vazio)

46) Na equação $3x^2 - 12 = 0$ as soluções são:

a)0 e 1
b)-1 e 1

c)-2 e 2
d)-3 e 3
e)0 e 4

Determinar os zeros reais das funções:

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$
b) $f(x) = -x^2 + 7x - 12$
c) $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$
d) $f(x) = x^2 - 2x + 2$
e) $f(x) = x^2 + 4x + 4$
f) $f(x) = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$
g) $f(x) = x^2 - 2x - 1$
h) $f(x) = -x^2 + 3x - 4$
i) $f(x) = x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{2}$
j) $f(x) = x^2 + (1 - \sqrt{3})x - \sqrt{3}$
k) $f(x) = 2x^2 - 4x$
l) $f(x) = -3x^2 + 6$
m) $f(x) = 4x^2 + 3$
n) $f(x) = -5x^2$

FUNÇÃO EXPONENCIAL

REGRAS DE POTENCIAÇÃO

Seja *a* um número real e *m* e *n* números inteiros positivos. Podemos observar as seguintes propriedades de potenciação:

1. $a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a$ (n vezes)
2. $a^0 = 1$
3. $a^1 = a$
4. $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n, a \neq 0$
5. $a^n \times a^m = a^{n+m}$ (Produto de potência de mesma base: Repete a base e soma os expoentes)
6. $a^n \div a^m = a^{n-m}$ (Divisão de potência de mesma base: Repete a base e subtrai os expoentes)
7. $(a^m)^n = a^{m \times n}$ Potência de potência: Repete a base e multiplica os expoentes)
8. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$

Observações:

I.

- $(-a)^{ímpar} = negativo$
- $(-a)^{par} = positivo$

II. Observe a diferença:

- $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$
- $2^{3^2} = 2^9$

REGRAS DE RADICIAÇÃO

Propriedades:

P1) $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

P2) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}},\ b \neq 0$

P3) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

P4) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}$

P5) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\cdot p]{a^{m\cdot p}},\ p \neq 0$

Chamamos de funções exponenciais aquelas nas quais temos a variável aparecendo em expoente.A função f: IR → IR^+ definida por f(x)= a^x, com a ∈ IR^+ e a ≠ 1, é chamada função exponencial de base a. O domínio dessa função é o conjunto IR (reais) e o contradomínio é IR^+ (reais positivos, maiores que zero).

Identidades fundamentais

a. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
b. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
c. $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
d. $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
e. $(a + b)(a - b) = a2 - b2$
f. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
g. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
h. $a - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Exemplos de equações exponenciais:

1) $3^x = 81$ (a solução é x = 4)
2) $2^{x-5} = 16$ (a solução é x = 9)
3) $16^x - 4^{2x-1} - 10 = 2^{2x-1}$ (a solução é x = 1)
4) $3^{2x-1} - 3^x - 3^{x-1} + 1 = 0$ (as soluções são x' = 0 e x'' = 1)

Para resolver equações exponenciais, devemos realizar dois passos importantes:
1º) redução dos dois membros da equação a potências de mesma base;
2º) aplicação da propriedade:

$$\boxed{a^m = a^n \Rightarrow m = n \quad (a \neq 1 \text{ e } a > 0)}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS:

1) $3^x = 81$

Resolução: Como $81 = 3^4$, podemos escrever $3^x = 3^4$
E daí, x = 4.

2) $9^x = 1$

Resolução: $9^x = 1 \Rightarrow 9^x = 9^0$; logo x=0.

3) $\left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$

$$\text{Resolução: } \left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{81}{256} \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{3^4}{4^4} \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^4 \text{; então } x = 4.$$

4) $3^x = \sqrt[4]{27}$

$$\text{Resolução: } 3^x = \sqrt[4]{27} \Rightarrow 3^x = \sqrt[4]{3^3} \Rightarrow 3^x = 3^{\frac{3}{4}} \text{; logo } x = \frac{3}{4}$$

5) $2^{3x-1} = 32^{2x}$
Resolução: $2^{3x-1} = 32^{2x} \Rightarrow 2^{3x-1} = (2^5)^{2x} \Rightarrow 2^{3x-1} = 2^{10x}$; daí 3x-1=10, de onde x=-1/7.

6) Resolva a equação $3^{2x} – 6.3^x – 27 = 0$.
Resolução: vamos resolver esta equação através de uma transformação:
$3^{2x} – 6.3^x – 27 = 0 \Rightarrow (3^x)^2 - 6.3^x – 27 = 0$
Fazendo $3^x = y$, obtemos:
$y^2 - 6y – 27 = 0$; aplicando Bhaskara encontramos $\Rightarrow$ y' = -3 e y'' = 9
Para achar o x, devemos voltar os valores para a equação auxiliar $3^x = y$:
$y' = -3 \Rightarrow 3^{x'} = -3 \Rightarrow$ não existe x', pois potência de base positiva é positiva
$y'' = 9 \Rightarrow 3^{x''} = 9 \Rightarrow 3^{x''} = 3^2 \Rightarrow x''=2$
Portanto a solução é x = 2

GRÁFICO CARTESIANO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

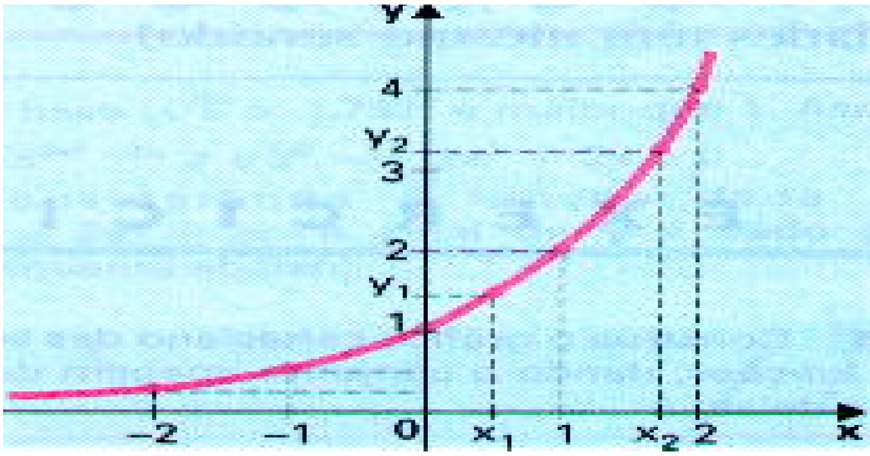
Temos 2 casos a considerar:

- quando a > 1;
- quando 0 < a < 1.

Acompanhe os exemplos seguintes:

1) $y = 2^x$ (nesse caso, a = 2, logo a > 1)

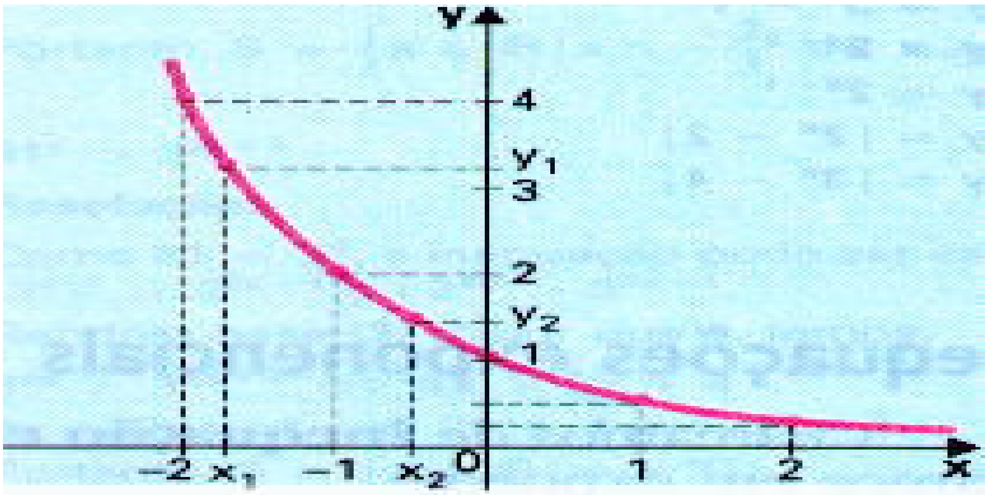
x	-2	-1	0	1	2
y	1/4	½	1	2	4



2) $y = (1/2)^x$ (nesse caso, a = 1/2, logo 0 < a < 1)

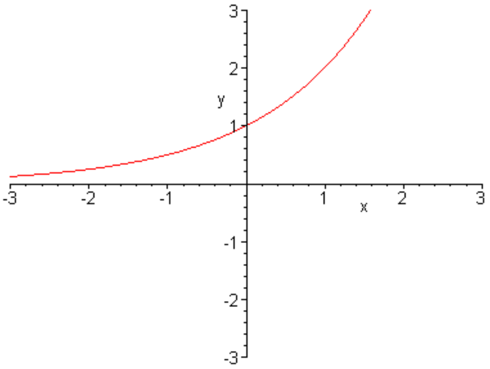
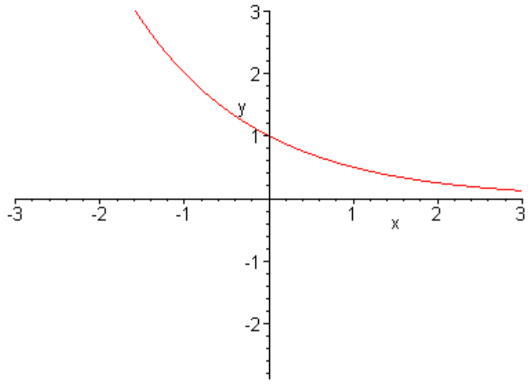
x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	1	1/2	1/4

Nos dois exemplos, podemos observar que



a) o gráfico nunca intercepta o eixo horizontal; a função não tem raízes;
b) o gráfico corta o eixo vertical no ponto (0,1);
c) os valores de y são sempre positivos (potência de base positiva é positiva), portanto o conjunto imagem é $Im=IR^+$.

além disso, podemos estabelecer o seguinte:

a>1	0<a<1
f(P x2 m  n	

Exercicios:

Resolver as seguintes equações exponenciais:

a) $2^x = 128$

b) $3^x = 243$

c) $2^x = \frac{1}{16}$

d) $(\frac{1}{5})^x = 125$

e) $(\sqrt[3]{2})^x = 8$

f) $(\sqrt[4]{3})^x = \sqrt[3]{9}$

g) $9^x = 27$

h) $4^x = \frac{1}{8}$

i) $(\frac{1}{125})^x = 25$

j) $(\sqrt[5]{4})^x = \frac{1}{\sqrt{8}}$

k) $100^x = 0{,}001$

l) $8^x = 0{,}25$

m) $125^x = 0{,}04$

n) $(\frac{2}{3})^x = 2{,}25$

Resolver as seguintes equações exponenciais:

a) $2^{3x-1} = 32$

b) $7^{4x+3} = 49$

c) $11^{2x+5} = 1$

d) $2^{x^2-x-16} = 16$

e) $3^{x^2+2x} = 243$

f) $5^{2x^2+3x-2} = 1$

g) $81^{1-3x} = 27$

h) $7^{3x+4} = 49^{2x-3}$

i) $5^{3x-1} = (\frac{1}{25})^{2x+3}$

j) $(\sqrt{2})^{3x-1} = (\sqrt[3]{16})^{2x-1}$

k) $8^{2x+1} = \sqrt[3]{4^{x-1}}$

l) $4^{x^2-1} = 8^x$

m) $27^{x^2+1} = 9^{5x}$

n) $8^{x^2-x} = 4^{x+1}$

Resolver as seguintes equações exponenciais:

a) $(2^x)^{x+4} = 32$

b) $(9^{x+1})^{x-1} = 3^{x^2+x+4}$

c) $2^{3x-1} \cdot 4^{2x+3} = 8^{3-x}$

d) $(3^{2x-7})^3 : 9^{x+1} = (3^{3x-1})^4$

e) $2^{3x+2} : 8^{2x-7} = 4^{x-1}$

f) $\dfrac{3^{x+2} \cdot 9^x}{243^{5x+1}} = \dfrac{81^{2x}}{27^{3-4x}}$

g) $\sqrt[x+4]{2^{3x-8}} = 2^{x-5}$

h) $8^{3x} = \sqrt[3]{32^x} : 4^{x-1}$

i) $\sqrt[x-1]{\sqrt[3]{2^{3x-1}}} - \sqrt[3x-7]{8^{x-3}} = 0$

j) $\sqrt{8^{x-1}} \cdot \sqrt[x+1]{4^{2x-3}} = \sqrt[6]{2^{5x+3}}$

Resolver as seguintes equações exponenciais:

a) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 306$

b) $5^{x-2} - 5^x + 5^{x+1} = 505$

c) $2^{3x} + 2^{3x+1} + 2^{3x+2} + 2^{3x+3} = 240$

d) $5^{4x-1} - 5^{4x} - 5^{4x+1} + 5^{4x+2} = 480$

e) $3 \cdot 2^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 5 \cdot 2^{x+3} - 2^{x+5} = 2$

f) $2 \cdot 4^{x+2} - 5 \cdot 4^{x+1} - 3 \cdot 2^{2x+1} - 4^x = 20$

Resolver as seguintes equações exponenciais:

a) $4^x - 2^x - 2 = 0$

b) $9^x + 3^x = 90$

c) $4^x - 20 \cdot 2^x + 64 = 0$

d) $4^x + 4 = 5 \cdot 2^x$

e) $9^x + 3^{x+1} = 4$

f) $5^{2x} + 5^x + 6 = 0$

g) $2^{2x} + 2^{x+1} = 80$

h) $10^{2x-1} - 11 \cdot 10^{x-1} + 1 = 0$

i) $4^{x+1} + 4^{3-x} = 257$

j) $5 \cdot 2^{2x} - 4^{2x - \frac{1}{2}} - 8 = 0$

Resolver as equações em $\mathbb{R}_+$:

a) $x^{2-3x} = 1$

b) $x^{2x+5} = 1$

c) $x^{x^2-2} = 1$

d) $x^{x^2-7x+12} = 1$

e) $x^{x^2-3x-4} = 1$

LOGARITMO

Na maioria dos livros didáticos voltados para o Ensino Médio, encontramos como definição para o que seja o logaritmo de um número positivo x numa base a, positiva e diferente de 1, a seguinte expressão:

$$a^{x} = b \Leftrightarrow x = \log_{a} b$$

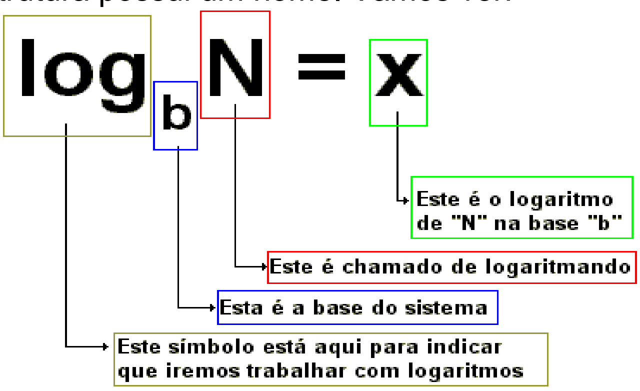
ou seja, o logaritmo de x na base a é o expoente ao qual devemos elevar o número a para obter x. Sabemos que 5 elevado à potência 2, resulta 25.
Qual o número (expoente) que devemos elevar o 5 para obtermos 25?
Você deve estar pensando: Mas isso eu resolvo com exponenciais!!!
Sim, porque essa é bem fácil, as difíceis não saem tão simples assim. Vamos começar de baixo.
O logaritmo serve para isso!
Esta pergunta poderia ser interpretada matematicamente da seguinte forma:

$$log_5 25 = x$$

Onde *"x"* é o expoente que devemos elevar a base 5 para obtermos 25.
Como sabemos que devemos elevar o 5 ao quadrado (ou seja, à potência 2) para obtermos 25, chegamos à conclusão que o logaritmo de 25 na base 5 é 2:

$$log_5 25 = 2$$

Cada elemento desta estrutura possui um nome. Vamos ver:



No exemplo anterior, $log_5 25 = 2$, temos então que a *base é 5*, o *logaritmando é 25* e o *logaritmo de 25 na base 5 é 2*.
Note que, anteriormente, dissemos que *"x"* é o expoente de *"b"*, e na figura acima está escrito que "x" é o "logaritmo". Isso acontece, pois o ***LOGARITMO É UM EXPOENTE***.

Logaritmo de um número ***N***, na base ***b***, é o número ***x*** ao qual devemos elevar a base ***b*** para obtermos ***N***.

Exemplos :

1) $\log_2 32 = 5$ pois $2^5 = 32$

2) $\log_4 16 = 2$ pois $4^2 = 16$

3) $\log_5 1 = 0$ pois $5^0 = 1$

Logaritmos – Propriedades

Existem 3 propriedades dos logaritmos que são muito úteis para se resolver muitos dos problemas que enfrentaremos. Vejamos:

- Logaritmo do produto
- Logaritmo do quociente
- Logaritmo da potência

Quando precisarmos calcular logaritmos de produto ou quociente ou potência, poderemos aplicar as regras que veremos agora.

Logaritmo do Produto

Quando precisarmos calcular Logaritmo de um produto, digamos 8x4, ou seja log2 (8.4) é só calcularmos os logaritmos de 8 e 4, separadamente, e depois somar. O resultado desta soma será o logaritmo de 8x4.

Regra Geral para calculo de logaritmos de produto:

$$\boxed{\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y}$$

O logaritmo de um produto é igual a soma dos logaritmos dos fatores

Observe que $\log_2(8.4) = \log_2 32 = 5$. Neste caso foi fácil fazer a multiplicação, mas quando esta operação não for tão simples, a propriedade que acabamos de ver nos será muito útil,

Logaritmo do quociente

Quando precisarmos calcular Logaritmo de um quociente, digamos 8/4, ou seja log2 (8/4) é só a gente calcular os logaritmos de 8 e 4, separadamente, e depois subtraí-los. O resultado desta subtração será o logaritmo de 8/4.

Regra Geral para calculo de logaritmos de quociente:

$$\boxed{\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y}$$

Logaritmos da potência

Quando precisamos calcular o logaritmo de uma potência, digamos, 25 , ou seja log2 (25) é só calcular o logaritmo da base e depois multiplicar pelo expoente. O resultado desta operação será o logaritmo de 25.
Regra Geral para calculo de logaritmos de potência:

$$\boxed{\log_a x^m = m.\log_a x}$$ **(a > 0, a ≠ 1, x > 0 e m ∈ℜ)**

Logaritmo decimal

Dizemos que o logaritmo é decimal quando a base é 10.
Neste caso, na representação matemática a gente economiza e não escreve o 10.
Mudança de base
Calcule log9 27 (logaritmo de 27 na base 9).
Se tentarmos descobrir qual o expoente que elevará a base 9 para obtermos 27 veremos que é um pouco complicado contudo existe uma maneira mais fácil: A mudança de base.

$$\boxed{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$$

Exercícios

Calcular pela definição os seguintes logarítmos:

a) $\log_4 16$ b) $\log_3 \frac{1}{9}$ c) $\log_{81} 3$ d) $\log_{\frac{1}{2}} 8$

e) $\log_7 \frac{1}{7}$ f) $\log_{27} 81$ g) $\log_{125} 25$ h) $\log_{\frac{1}{4}} 32$

i) $\log_9 \frac{1}{27}$ j) $\log_{0,25} 8$ k) $\log_{25} 0{,}008$ l) $\log_{0,01} 0{,}001$

Calcular pela definição os seguintes logarítmos:

a) $\log_2 \sqrt{2}$ b) $\log_{\sqrt[3]{7}} 49$ c) $\log_{100} \sqrt[3]{10}$

d) $\log_{\sqrt{8}} \sqrt{32}$ e) $\log_{\sqrt[3]{5}} \sqrt[4]{5}$ f) $\log_{\sqrt{27}} \sqrt[3]{9}$

g) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} \sqrt{27}$ h) $\log_{\sqrt[3]{4}} \frac{1}{\sqrt{8}}$ i) $\log_{4\sqrt{3}} \frac{3}{\sqrt[3]{3}}$

Calcular a soma S nos seguintes casos:

a) $S = \log_{100} 0{,}001 + \log_{1,5} \frac{4}{9} - \log_{1,25} 0{,}64$

b) $S = \log_8 \sqrt{2} + \log_{\sqrt{2}} 8 - \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8}$

c) $S = \log_{\sqrt[3]{9}} \sqrt{\frac{1}{27}} - \log_{\sqrt[3]{0,5}} \sqrt{8} + \log_{\sqrt[3]{100}} \sqrt[6]{0{,}1}$

! Calcular o valor de S em

$S = \log_4 (\log_3 9) + \log_2 (\log_{81} 3) + \log_{0,8} (\log_{16} 32)$

: